Traduções
Edição Especial da Revista Brasileira de História da Matemática - Vol. 18 nº 36- pág. 11-29
Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática
ISSN 1519-955X

A FALSA (SU-)POSIÇÃO? TRADUÇÃO DOS PROBLEMAS 24, 25, 26 E 27 DO PAPIRO DE RHIND

Fábio Maia Bertato
CLE – Unicamp – Brasil

(aceito para publicação em março de 2018)

Resumo

Neste artigo apresentamos o que é, possivelmente, a primeira tradução diretamente do egípcio ao português de parte do conteúdo do Papiro Matemático de Rhind. Tal tradução serve de evidência contra a aceitação quase universal de que os egípcios antigos utilizavam o Método da Falsa Posição para resolver equações. Apresentamos, sucintamente, alguns argumentos que corroboram para uma nova interpretação dos procedimentos empregados no Papiro de Rhind para resolução de Problemas ꜥḥꜥ (*aHá*), a saber, propondo um "algoritmo" que pode explicar a resolução do Problemas 24, 25, 26 e 27, os quais são apresentados aqui na versões hieráticas, e em transcrições hieroglíficas, transliterações, traduções interlineares e em nossa tradução final ao português. Também são apresentadas traduções de parte do Problema 21 do Papiro de Rhind e do Problema ꜥḥꜥ do Papiro de Lahun.

Palavras-chave: Matemática Egípcia, Papiro de Rhind, Problemas aHa, Papiro de Lahun.

[THE FALSE (SUP-)POSITION? TRANSLATION TO PORTUGUESE OF THE PROBLEMS 24, 25, 26, AND 27 OF THE RHIND PAPYRUS]

Abstract

In this paper, we present what is possibly the first translation directly from the Egyptian into Portuguese of part of the contents of the Rhind Mathematical Papyrus. Such a translation serves as evidence against the almost universal acceptance that ancient Egyptians used the False Position Method to solve equations. We present, briefly, some arguments that support a new interpretation of the procedures used in the Rhind Papyrus to solve Problems ꜥḥꜥ (aha), namely, proposing an “algorithm” that can explain the resolution of Problems 24, 25, 26, and 27, which are presented here in the hieratic versions, and in hieroglyphic transcriptions, transliterations, interlinear translations, and in our final translation into Portuguese. Translations of part of Problem 21 of the Rhind Papyrus and the Problem aHa of the Lahun Papyrus are also presented.

Keywords: Egyptian Mathematics, Rhind Papyrus, Problems aHa, Lahun Papyrus.

1. Apresentação

1.1. Breves comentários sobre o Papiro de Rhind

O Papiro Matemático de Rhind é um dos documentos mais famosos e mais importantes acerca da história da matemática egípcia. Tal documento foi adquirido pelo antiquário escocês Alexander Henry Rhind (1833 - 1863), em Luxor 1858. Atualmente, a maior parte do Papiro encontra-se no *British Museum* e alguns de seus fragmentos estão no *Brooklin Museum*. Originário do Ramesseum, templo funerário dedicado ao faraó Ramsés II, sua datação é, portanto, de c. 1550 a.C. É uma cópia de um manuscrito mais antigo, provavelmente de meados do séc. XIX a.C. Tais fatos são deprendidos a partir do próprio texto do Prefácio do Papiro de Rhind:

> *“Regras para se alcançar o conhecimento de todas as coisas obscuras* [...] *Este rolo foi escrito no Ano 33, mês 4 do período de inundação* [...] [*sob o governo do*][…] *Rei Aauserre* [...] *semelhante ao feito no tempo do Rei Nemare* [...]*”*

Dentre os tradutores e respectivas edições publicadas do Papiro de Rhind, destacamos os seguintes:

O egiptólogo alemão August Adolf Eisenlohr (1832 - 1902) foi o primeiro tradutor do Papiro. Efetuou uma tradução alemã interlinear comentada, incluindo em seu volume fotocópias do Papiro, o que o configura como uma versão facsimilar (cf. EISENLOHR, 1877).

Durante os anos de 1927 a 1929, Arnold Buffum Chace (1845 – 1932) cuidou da famosa edição da *Mathematical Association of America*. Seus volumes contam com fotocópias, versão facsimilar e transcrições hieroglíficas e tradução interlinear. É uma das principais fontes a que recorrem os historiadores da matemática (cf. CHACE, 1927-29).

O inglês Thomas Eric Peet (1882 – 1934) efetuou a tradução inglesa que se tornou a preferida de seus colegas egiptólogos. Em sua edição incluiu transcrições dos *Plates* do Papiro e as traduções dos problemas são acompanhadas por comentários (cf. PEET, 1970).

Uma tradução mais recente do Papiro de Rhind para o inglês pode ser encontrada no *Source Book* de ciência egípcia antiga, preparada pelo célebre historiador Marshall Clagett (1916 - 2005) (cf. CLAGETT, 1999).

1.2 Sobre os métodos de resolução de equações presentes no Papiro de Rhind

No presente artigo, apresentamos, tanto quanto é de nosso conhecimento, a primeira tradução ao português de parte do conteúdo do Papiro de Rhind a partir de seu conteúdo original egípcio. Para tanto, incluímos aqui os recortes de imagens do papiro concernentes aos Problemas 24, 25, 26 e 27, suas transcrições hieráticas (extraídas das efetuadas por Chace), transcrições hieroglíficas, transliterações, traduções interlineares e, finalmente, a tradução ao português.

Nossa tradução pode decepcionar aqueles que estão convencidos, baseados na quase totalidade dos livros que tratam do conteúdo matemático do Papiro em questão, de que as “equações”[1] do Papiro são resolvidas via Método da Falsa Posição. De fato, não se pode constatar literalmente que para resolver as equações dos problemas ꜥḥꜥ (*aHá*) seja empregada pelo escriba qualquer suposição de valor. Encontramos sim, nas resoluções dos problemas aritméticos e dos problemas ꜥḥꜥ, uma hábil manipulação de decomposição aritmética dos números, multiplicações por mínimo múltiplo comum (ou apenas múltiplo comum), soma direta de coeficientes da ꜥḥꜥ e consecutiva divisão da constante por tal soma. Talvez, devido a tais constatações, autores como Moritz Benedikt Cantor (1829 - 1920), Otto Eduard Neugebauer (1899 - 1990) e o mencionado Eisenlohr, tenham concluído que o método de resolução das equações examinadas, empregado pelos antigos egípcios, se dava via coeficientes, isolando a incógnita, exatamente como faria um estudante de álgebra elementar dos dias de hoje.

Dentre os críticos da abordagem dos supracitados estudiosos de língua alemã, e/ou defensores do Método da Falsa Posição, podemos destacar Léon Rodet (1850 - 1895), e os já citados Peet, Chace e Clagett. As respectivas traduções desses últimos são efetuadas com a chave de leitura da falsa posição. Desse modo, trechos que poderiam ser traduzidos por “multiplique por x” são traduzidos por “suponha x”, “assuma x”, “opere com x” e similares. Até mesmo onde nada consta acerca de tais expressões no original, tais tradutores costumam introduzir alguma expressão que induz a falsa posição. O Problema 26, aqui traduzido ao português, deixa claro como certa opção de tradução acaba enfraquecendo ou corroborando a tese da Falsa Posição (v. Figs.1, 2 e 3).

[1] Denominamos aqui por “equações” os problemas que envolvem uma quantidade desconhecida (ꜥḥꜥ). Como o conteúdo do Papiro foi concebido em contextos (culturais, sociais, temporais, geográficos, religiosos, etc), distintos daqueles que propiciaram o desenvolvimento da matemática contemporânea, devemos considerar, naturalmente, que não haja uma perfeita equivalência entre conceitos e procedimentos de resolução de ambas as perspectivas. Todavia, supomos a existência de uma correspondência mínima, que é tratada aqui sob uma ótica de entendimento e não impositiva. Utilizamos termos que podem ser adjetivados como egípcios (matemática egícpia, equações egípcias, frações egícpias, etc) para indicar a contextualização necessária. Qualquer representação contemporânea utilizada neste artigo deve ser assumida apenas como uma representação mais familiar aos leitores contemporâneos.

Problem 26

A quantity and its ¼ added together become* 15. *What is the quantity?

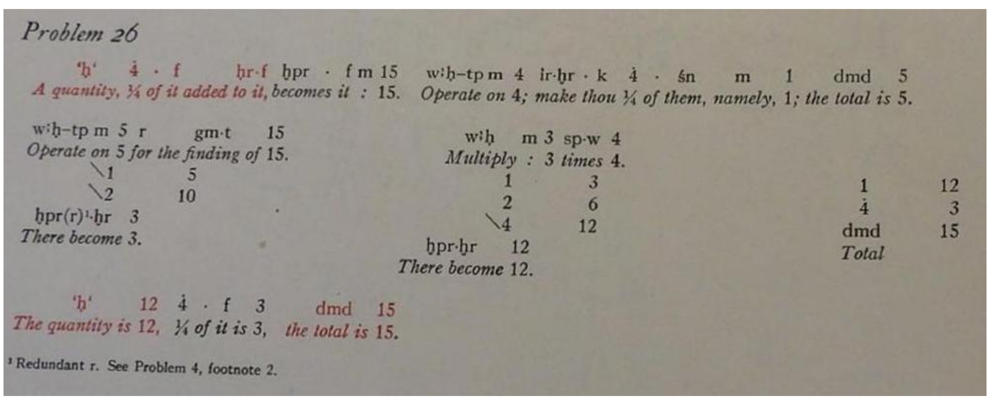
***Assume* 4.**

\1	4
\¼	1
Total	5.

As many times as 5 must be multiplied to give 15, so many times 4 must be multiplied to give the required number. Multiply 5 so as to get 15.

\1	5
\2	10
Total 3.	

Fig. 1
CHACE, 1927 - *The Rhind Math. Papyrus*, *Free Translation*, Vol. I, p. 68



Problem 26

'ḥ' 4̇ · f ḥr·f ḫpr · f m 15 w:ḥ–tp m 4 ir·ḫr · k 4̇ · šn m 1 dmd 5
A quantity, ¼ of it added to it, becomes it : 15. *Operate on* 4; *make thou ¼ of them, namely*, 1; *the total is* 5.

w:ḥ–tp m 5 r gm·t 15
Operate on 5 *for the finding of* 15.

\1	5
\2	10

ḫpr(r)[1]·ḫr 3
There become 3.

w:ḥ m 3 sp·w 4
Multiply : 3 *times* 4.

1	3
2	6
\4	12

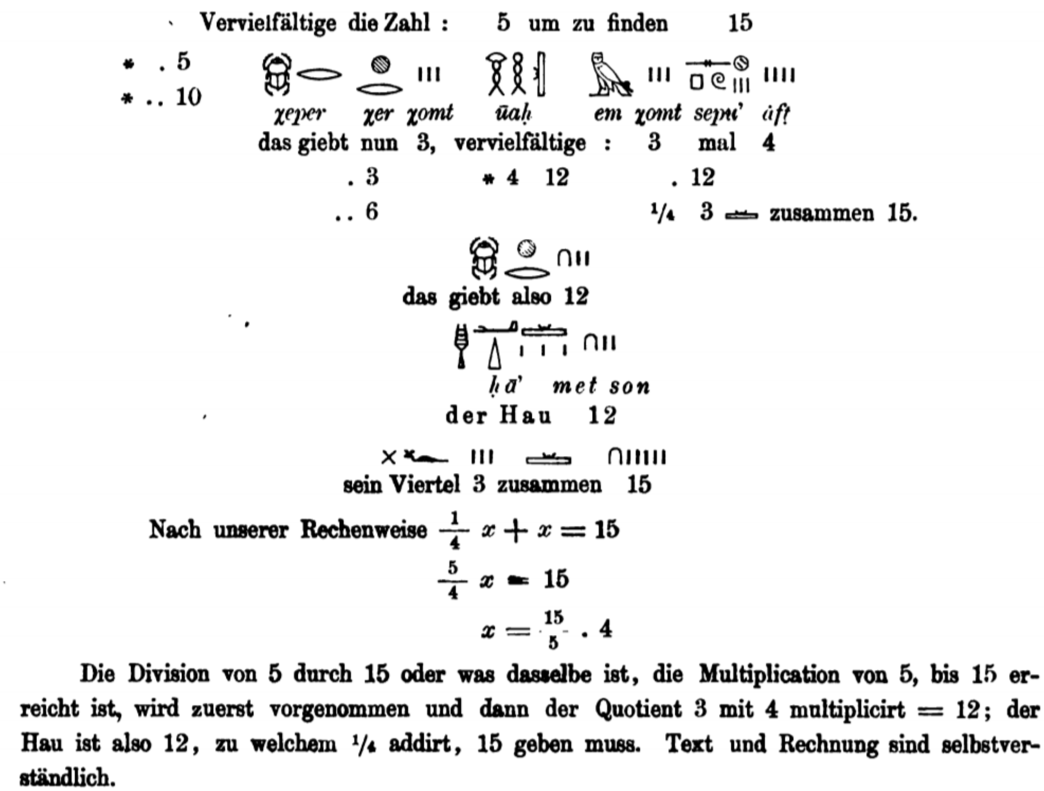
ḫpr·ḫr 12
There become 12.

1	12
4̇	3
dmd *Total*	15

'ḥ' 12 4̇ · f 3 dmd 15
The quantity is 12, ¼ *of it is* 3, *the total is* 15.

[1] Redundant r. See Problem 4, footnote 2.

Fig. 2
CHACE, 1927 - *The Rhind Math. Papyrus*, Vol. II, Plate 49



Vervielfältige die Zahl : 5 um zu finden 15

* . 5

* .. 10

χeper χer χomt ūaḥ em χomt sepu' ȧft

das giebt nun 3, vervielfältige : 3 mal 4

. 3 * 4 12 . 12

.. 6 1/4 3 zusammen 15.

das giebt also 12

ḥa' met son

der Hau 12

sein Viertel 3 zusammen 15

Nach unserer Rechenweise $\frac{1}{4}x + x = 15$

$$\frac{5}{4}x = 15$$

$$x = \frac{15}{5} \cdot 4$$

Die Division von 5 durch 15 oder was dasselbe ist, die Multiplication von 5, bis 15 erreicht ist, wird zuerst vorgenommen und dann der Quotient 3 mit 4 multiplicirt = 12; der Hau ist also 12, zu welchem 1/4 addirt, 15 geben muss. Text und Rechnung sind selbstverständlich.

Fig. 3 – EISENLOHR, 1877. Problema 26.

Uma abordagem mais atual e "neutra" é oferecida pela historiadora alemã Annette Imhausen. Para tratar de tais problemas, Imhausen não entra na querela da falsa posição versus resolução via coeficientes, mas apresenta as respectivas resoluções mediante representações algorítmicas (v. Figura 4).

ʿḥʿ-Aufgaben: Algorithmen und Kommentare

Damit erhält man insgesamt den folgenden Algorithmus für pRhind, Nr. 26:

Data	D_1	$\bar{4}$
	D_2	15
(1)	$1 : D_1$	$[1 : \bar{4} =]\ 4$
(2)	$D_1 \cdot (1)$	$\bar{4} \cdot 4 = 1$
(3)	$(1) + (2)$	$4 + 1 = 5$
(4)	$D_2 : (3)$	$15 : 5 = 3$
(5)	$(4) \cdot (1)$	$3 \cdot 4 = 12$
(6)	$D_1 \cdot (5)$	$\bar{4} \cdot 12 = 3$
(P)	$(5) + (6) = D_2$	$12 + 3 = 15$

Fig. 4 – IMHAUSEN, 2003, p. 41.

1.3. Multiplicação, Divisão e resolução de problemas

Na matemática egípcia, a multiplicação dependia essencialmente da multiplicação por 2. Por exemplo, a fim de efetuar a multiplicação de 15 por 17, o escriba geralmente efetuava sucessivas multiplicações por 2, a partir do 15, até obter uma decomposição aritmética de 17, utilizando os múltiplos de 2 e a unidade, e obtinha o produto final pela soma dos respectivos produtos, como no exemplo a seguir:

\	**1**	**15**
	2	30
	4	60
	8	120
\	**16**	**240**
Total	**17**	**255**

Ademais, multiplicação e divisão seguiam basicamente o mesmo procedimento. Se o escriba precisasse efetuar a divisão de 255 por 15, muito provavelmente a sequência de cálculos seguiria exatamente os passos indicados acima. Pode ser por isso que as expressões egípcias para indicar ambas as operações eram muito similares. Para a multiplicação de 15 por 17, os escribas geralmente empregavam a expressão *wꜣḥ tp m 15 sp.w 17*, que poderia ser traduzida por *“multiplicar por 15 vezes 17”*. Já a divisão de 255 por 15, seria expressa por *wꜣḥ tp m 15 r gm.t*, que por sua vez, poderia ser traduzida por *“multiplicar por 15 para encontrar 255”*.

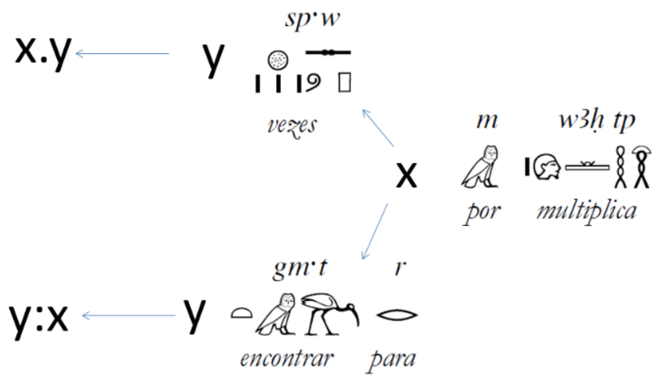


Fig. 5 – Esquema elaborado pelo Autor

Como é bem sabido, os egípcios manipulavam frações. Em seu sistema, com exceção de 2/3, todas as demais frações tinham de ser reduzidas à soma de frações alíquotas, i.e., frações com numerador 1. Como toda fração própria pode ser reduzida à soma de frações com numerador 1 ou 2, torna-se necessária a manipulação de frações com numerador 2. Por isso, no início do Papiro de Rhind, encontra-se convenientemente uma sequência de divisões de 2 por ímpares de 3 ao 101. Tais frações são escritas como soma de frações alíquotas, à maneira egípcia.

Por exemplo, a divisão de 2 por 5 fica reduzida a 1/3 + 1/15. Para tanto, o escriba decompõe 2 em (1+2/3) + (1/3) e multiplica cada parcela por 1/5. Todos os demais casos, até a divisão de 2 por 101, seguem procedimento similar. Isso evidencia como os matemáticos egípcios eram hábeis em multiplicar (ou dividir) por um mesmo número conveniente todas as parcelas de uma soma, a fim de obter certo resultado.

O Problema 21 do Papiro trata de subtrair 2/3 + 1/15 de 1 e pode ser traduzido do seguinte modo:

> "É dito a ti:
> Completa 2/3 + 1/15 em 1.
> *[4]   10   1   [15]*
> Total: 11   Resto: 4
> Multiplica 15 para obter 4 […]"

No trecho acima, pode-se perceber que 2/3 + 1/15 é multiplicado por 15, sendo os valores 10 e 1 escritos abaixo de 2/3 e 1/15, respectivamente. O resultado é 11 (quinze avos) e o que falta (resto) para completar 15 (a unidade) é 4 (quinze avos). Daí o comando *"multiplica 15 para obter 4"* (ou *"divide 4 por 15"*). O que mais nos interessa aqui é mostrar um exemplo do procedimento empregado na resolução de problemas aritméticos (Problemas 21 e 22) imediatamente anteriores aos problemas ꜥḥꜥ aqui considerados. Nota-se que é empregada a multiplicação das parcelas e do resultado esperado (a unidade) por um múltiplo comum. Nos dois problemas, utiliza-se o mínimo múltiplo comum.

Passando ao Problema 30, como um exemplo dos problemas ꜥḥꜥ imediatamente posteriores aos Problemas 24, 25, 26 e 27, vejamos qual é a instrução oferecida pelo escriba:

> *"Se o escriba te diz: 10 se tornou 2/3 + 1/10 do que? Ele ouvirá:*
> *Faz 2/3 + 10 para encontrar 10."*

Neste caso, o procedimento é dividir a constante 10 pela soma dos coeficientes, a fim de se obter ꜥḥꜥ. Ainda que o enunciado do problema não esteja exatamente nos mesmos moldes dos quatro problemas aqui considerados, podemos verificar a existência de outro registro do mesmo período do Papiro de Rhind, no qual a resolução segue procedimento mais similar. Trata-se do Problema ꜥḥꜥ (UC 32134A) do Papiro Lahun:

Fig. 6 - IMHAUSEN, 2003, p. 352.

> *"1. [quantidade] e sua metade e quarta parte subtraídas resulta (resta) 5.*
> *2. Quem o diz? Então, faz [1]*
> *3. menos 1/2 e 1/4. O resultado é 1/4. Faz 1/4*
> *4. para encontrar 1. O resultado é 4.*
> *5. Faz 5 vezes 4. O resultado é 20.*
> *6. 20 diz isso."*

Apenas para fins de facilitar a leitura, consideremos que o problema corresponde a $x – (x/2 + x/4) = 5$. A resolução apresentada seria, portanto, a seguinte:

$$x – (x/2 + x/4) = 5$$

[1 – (1/2 + 1/4)]. x = 5
¼ . x = 5
x = 4 . 5
x = 20

Em nosso entendimento, tal resolução tem muito mais semelhança a uma resolução via divisão por coeficiente do que uma pelo Método da Falsa Posição. Nesse sentido, apresentamos a seguinte proposta de um “Algoritmo” para os Problemas 24-27, à luz da interpretação do Problema 26, via Problemas 21, 30 e Papiro de Lahun:

1 1/a b

(i) *Multiplique por a:*

a 1 *← Total*

(ii) *Multiplique a+1 para encontrar b (divida b por a+1):*

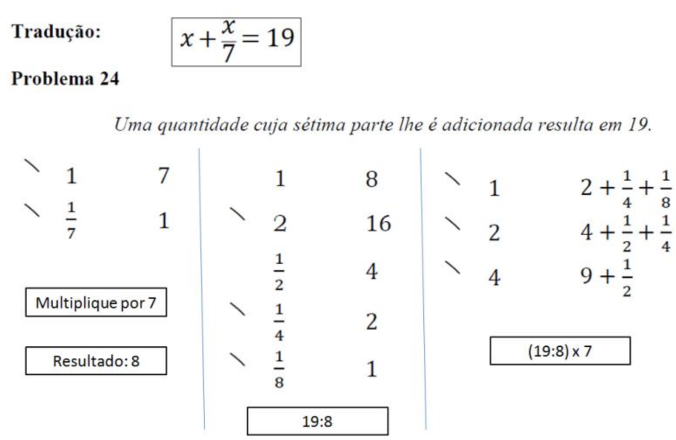
O resultado é ***b/(a+1)***

(iii) *Multiplique b/(a+1) por a:*

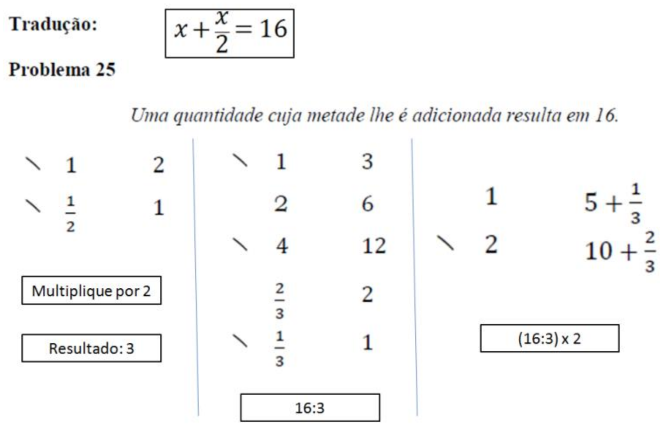
O resultado é ***(b. a)/(a+1)***

O leitor poderá comparar a tradução do Problema 26 com o algoritmo acima, a fim de indentificar os passos (*i*), (*ii*) e (*iii*).

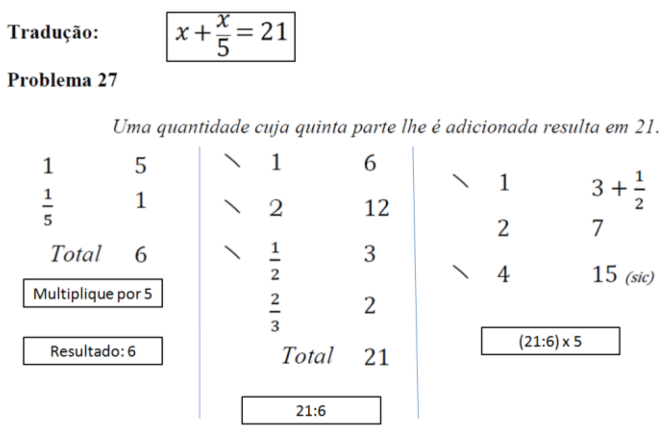
Os quadros abaixo sintetizam como tal algoritmo pode ser empregado nos Problemas 24, 25 e 27:



Quadro 1 – Problema 24



Quadro 2 – Problema 25



Quadro 3 – Problema 27

Bibliografia

EISENLOHR, A. (1877) *Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter*: (Papyrus Rhind des British Museum).

CHACE, A. B. (1927-1929). *The Rhind Mathematical Papyrus: Free Translation and Commentary with Selected Photographs, Translations, Transliterations and Literal Translations*. Oberlin: Mathematical Association of America.

CLAGETT, M. (1999). *Ancient Egyptian Science: a Source Book*. Vol. 3. Philadelphia: American Philosophical Society.

GILLINGS, R. J. (1972). *Mathematics in the Time of the Pharaohs.* New York: Dover Publication.

IMHAUSEN, A. (2003). *Ägyptische Algorithmen. Eine Untersuchung zu den mittelägyptischen mathematischen Aufgabentexten*. Wiesbaden: Harrassowitz Verlag.

IMHAUSEN, A. (2016). *Mathematics in Ancient Egypt: A Contextual History*. Princeton: Princeton University Press.

PEET, T. E. (1970). *The Rhind Mathematical Papyrus: Bristish Museum 10057 and 10058, introduction, transcription, translation and commentary*. London: The University Press of Liverpool limited Hodder & Stoughton limited.

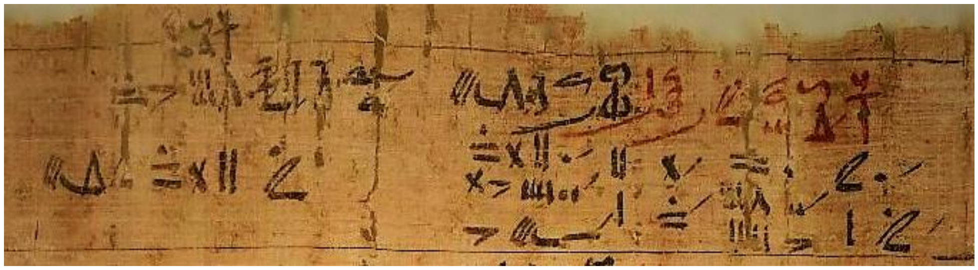
ROBINS, G.; SHUTE, C. (1987). *The Rhind Mathematical Papyrus: an ancient Egyptian text.* London: British Museum Press.

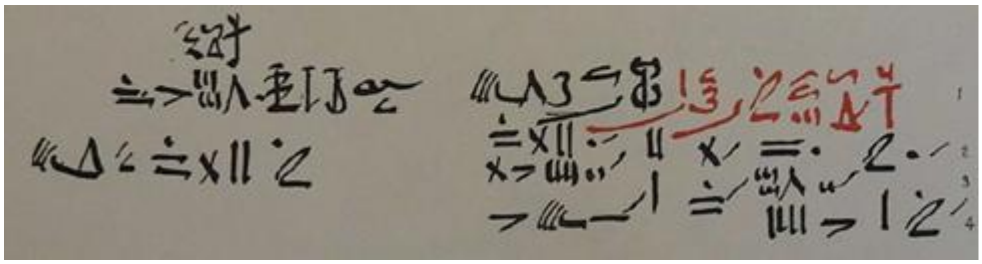
RODET, L. (1882). *Les prétendus problèmes d'algèbre du manuel du calculateur égyptien (Papyrus Rhind)*. Paris: Impr. nationale.

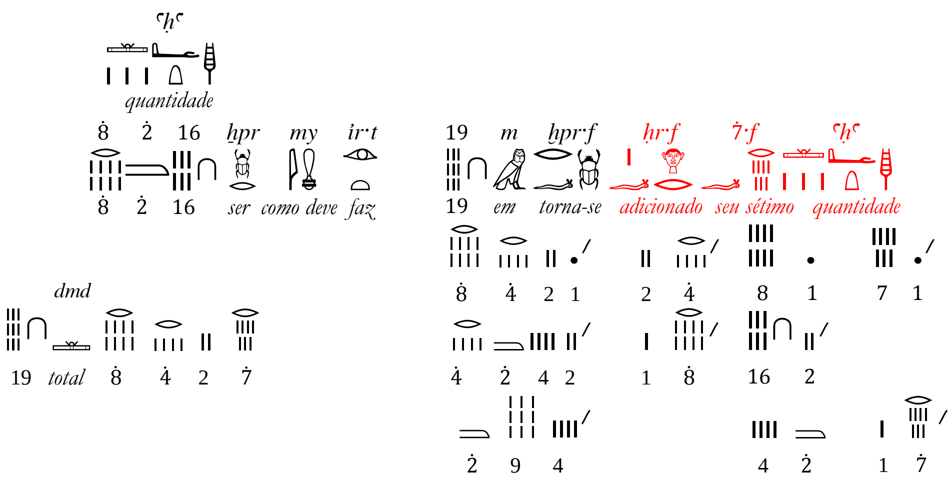
Fábio Maia Bertato
Universidade Estadual de Campinas – Unicamp
E-mail: fmbertato@cle.unicamp.br

<u>**Tradução**</u>

Problema 24 – *B. M. Facs.* Plate IX







Tradução:

Problema 24

Uma quantidade cuja sétima parte lhe é adicionada resulta em 19.

\	1	7
\	$\frac{1}{7}$	1

	1	8
\	2	16
	$\frac{1}{2}$	4
\	$\frac{1}{4}$	2
\	$\frac{1}{8}$	1

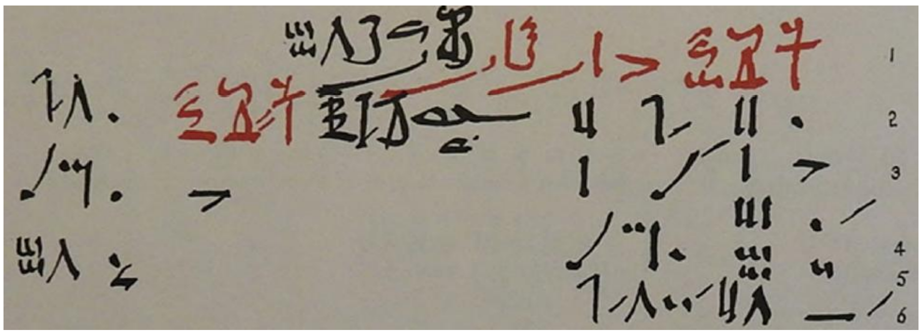
\	1	$2+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$
\	2	$4+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$
\	4	$9+\frac{1}{2}$

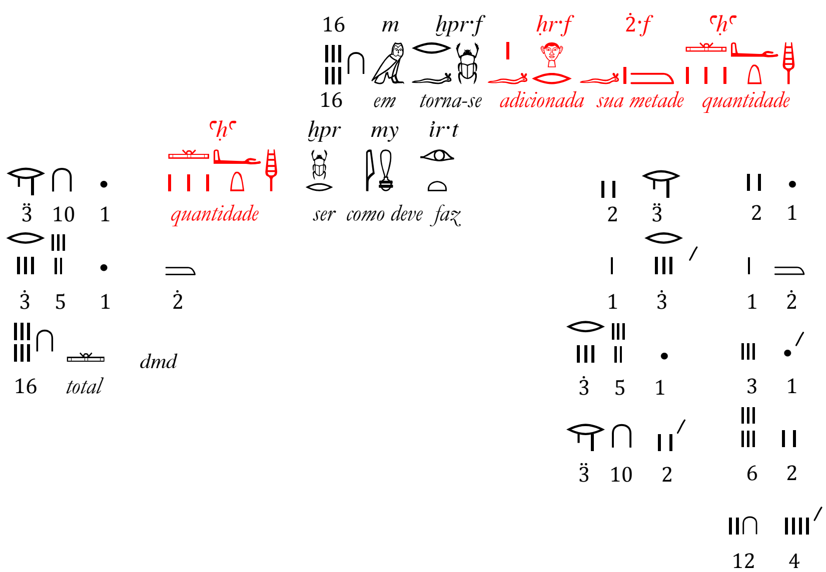
Procedimento correto: A quantidade é $16+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$

Um sétimo é $2+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

Total: 19

Problema 25 – *B. M. Facs.* Plate IX





Tradução:

Problema 25

Uma quantidade cuja metade lhe é adicionada resulta em 16.

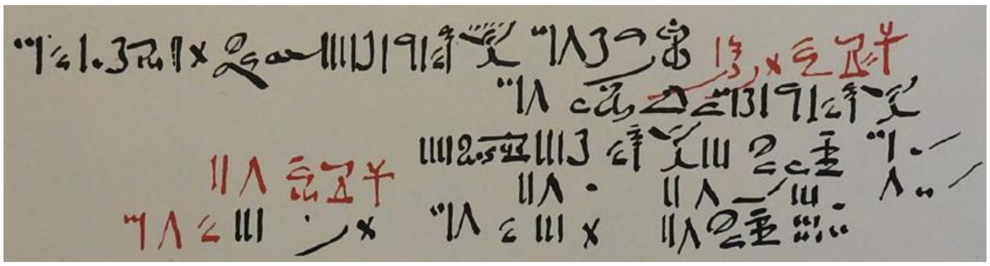
\	1	2
\	$\frac{1}{2}$	1
\	1	3
	2	6
\	4	12
	$\frac{2}{3}$	2
\	$\frac{1}{3}$	1
	1	$5+\frac{1}{3}$
\	2	$10+\frac{2}{3}$

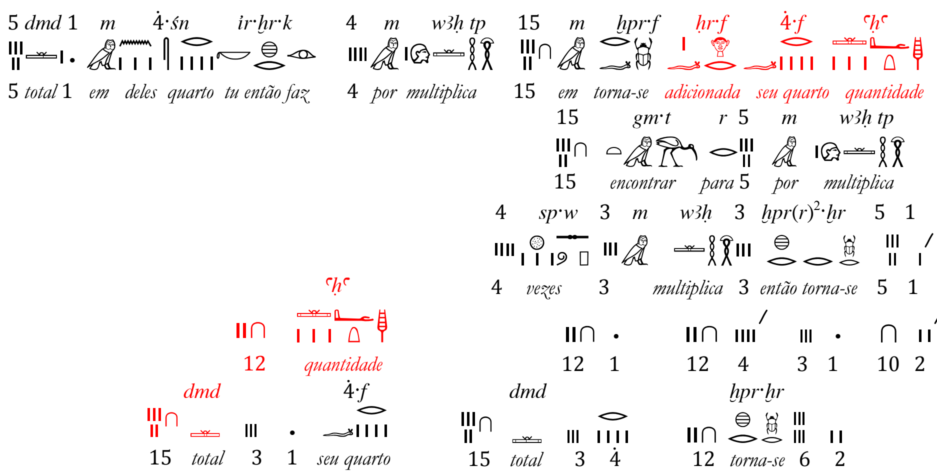
Procedimento correto: A quantidade é $10+\frac{2}{3}$

Um sétimo é $5+\frac{1}{3}$

Total: 16

Problema 26 – *B. M. Facs.* Plate IX © Trustees of the British Museum





---

2 Letra *r* redundante.

Tradução:

Problema 26

Uma quantidade cuja quarta parte lhe é adicionada resulta em 15. Multiplica por 4. Faz, pois, seu quarto igual a 1. Total: 5.

Multiplica 5 para encontrar 15 [Divida 15 por 5].

\	1	5
\	2	10

O resultado é 3. Multiplica 3 por 4.

	1	3
	2	6
\	4	12

O resultado é 12.

1	12
$\frac{1}{4}$	3

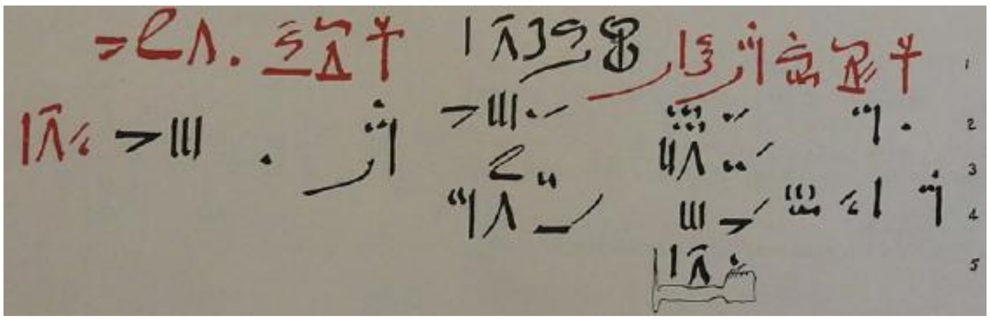
Total: 15

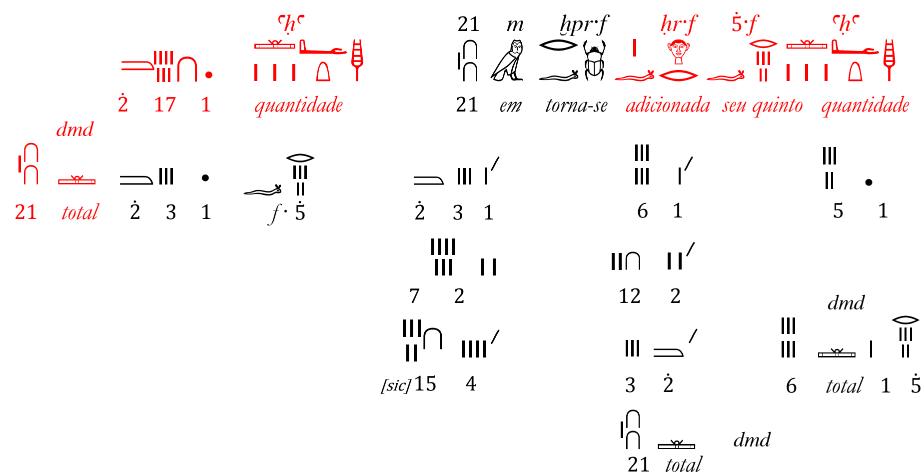
A quantidade é 12

Sua quarta parte é 3

Total: 15

Problema 27 – *B. M. Facs.* Plate IX





Tradução:

Problema 27

Uma quantidade cuja quinta parte lhe é adicionada resulta em 21.

	1	5
	$\frac{1}{5}$	1
	Total	6
$\diagdown$	1	6
$\diagdown$	2	12
$\diagdown$	$\frac{1}{2}$	3
	$\frac{2}{3}$	2
	Total	21
$\diagdown$	1	$3+\frac{1}{2}$
	2	7
$\diagdown$	4	15 *(sic)*

A quantidade é $17+\frac{1}{2}$

Um quinto é $3+\frac{1}{2}$

Total: 21

* * *