

**CONSTITUIÇÃO DE UM SABER MATEMÁTICO:
A ARITMÉTICA NO PORTUGAL DA PRIMEIRA METADE DE QUINHENTOS**

José Manuel Matos
Universidade Nova Lisboa – Portugal

(aceito para publicação em outubro de 2005)

Resumo

O saber aritmético vai-se constituir como instrumento fundamental de apropriação do real no ambiente português do século XVI, possibilitando não só o aperfeiçoamento das práticas comerciais e marítimas, mas também complexificando a vida privada. Este conhecimento inovador é detectável nas alterações sofridas pelo currículo básico e encontra-se fixado nos livros de aritmética da época publicados em Portugal. A constituição e a difusão deste saber seguiram redes distintas das do saber universitário.

Palavras-chave: História da Matemática; História da Educação; Sociologia da Matemática; Portugal

Abstract

Arithmetic knowledge became a fundamental instrument for the appropriation of the real world in XVIth century Portuguese environment, allowing not only for the improvement of commercial and maritime practices, but also the increase in the complexity of private life. This innovative knowledge is observable in the changes of the basic curriculum and is established in the books of arithmetic published in Portugal at the time. The constitution and the diffusion of this knowledge followed networks distinct from university knowledge.

Keywords: History of Mathematics; History of Education; Sociology of Mathematics; Portugal

O ambiente renascentista que encontramos no Portugal urbano da primeira metade de quinhentos foi o caldo de cultura de um tipo especial de aritmética. É a análise da constituição, desenvolvimento e uso deste saber matemático, relacionando-o com as

circunstâncias da época, que me proponho realizar neste artigo. Usarei recorrentemente a primeira obra de matemática impressa em Portugal, o *Tratado da pratica Darismetyca* de Gaspar Nicolás.

O *Tratado da pratica Darismetyca*

O *Tratado* foi impresso em Lisboa pela primeira vez em 1519 por Germão Galharde e conheceu diversas re-edições até 1716, tendo sido publicada em 1963 uma edição fac-similada (Nicolas, 1963) com uma introdução de Luís de Albuquerque. A sua longevidade e o elevado número de re-edições que se prolongaram por 200 anos torna esta obra notável no panorama das publicações científicas portuguesas. A edição de 1519 é constituída por 92 fólhos e contem, para além do Prólogo e de duas tabuadas, as bases do sistema de numeração usando algarismos árabes, as quatro operações com diversas variantes que incluem distintos algoritmos de multiplicar e uma discussão muito extensa e aprofundada de regras de proporcionalidade – regras de três simples (“regra de tres chaam”), regras de companhia –, operações com fracções (“quebrados”), progressões (“pergressios”), “regra das oposições” – que se refere a situações cujas soluções exactas são obtidas a partir de falsas soluções e que seriam hoje resolvidas através de métodos algébricos –, modos de efectuar trocas (regras de “baratar”), e diversas operações financeiras envolvendo câmbios, bem como “problemas” e “preguntas” alguns dos quais são resolvidos pelo método da falsa posição. O livro inclui ainda problemas de geometria, exigindo essencialmente o cálculo de comprimentos e de áreas, e termina com um apêndice contendo problemas relacionados com ligas de prata.

Um estudo muito detalhado deste livro foi efectuada por Marques de Almeida (1994) que analisa o modo como os livros de aritmética publicados em Portugal nos séculos XVI e XVII denotam o emergir de uma mentalidade distinta, adaptada a novos modos sociais. A primeira publicação do *Tratado* em 1519 é naturalmente anterior aos trabalhos de Pedro Nunes, nesta altura com 17 anos. À data desta primeira edição já tinham sido publicados no estrangeiro diversos livros de aritmética, como veremos, mas as polémicas entre Tartaglia, Cardano e Ferrari, e especialmente o desenvolvimento da notação algébrica que vai marcar o nascimento da álgebra, ainda não tinha ocorrido (Cardano tem 18 anos e Viète nascerá em 1540).

O estilo de exposição do livro pode ser ilustrado através da forma como se introduz a “conta de demenuir”:

Se quiseres demenuir hũa conta poerás primeyramente a soma maior em cima e debaxo desta poerás aquela quantidade que quiseres tirar. E começará sempre à mão direita como em assomar (f. 3)¹.

Por outras palavras, coloca-se o maior numeral (“a soma maior”) em cima, alinha-se por baixo o outro numeral, e começa-se a efectuar os procedimentos algorítmicos pela direita. A “conta” segue pois um procedimento muito semelhante ao do algoritmo actual.

¹Todas as citações deste livro são retiradas da edição fac-similada (Nicolas, 1963), sendo indicado o número referente ao fólho original. Na transcrição das citações seguirei as normas usadas por Almeida (1994, II, pp. 19-20) embora nem sempre acompanhe as transcrições propostas por este autor.

Note-se que não se encontram no texto quaisquer considerações para além das instruções estritamente necessárias à execução do algoritmo.

Depois da enumeração geral da regra para efectuar a conta, o autor prossegue imediatamente com um exemplo concreto:

Exemplo: digo que quero tirar de .36987. hũa quantidade, silicet [seja], .12726. . Digo que ponhas sempre a quantidade mais pequena debaxo da soma de que quiseses tirar. Ora poem .12726. debaxo de .36987. (f. 3).

O procedimento a seguir é depois explicado detalhadamente para cada dígito.

Ora, começa à mão deryta como te já disse e dirás assy: quem de .7. tira .6., fica hum. Poerás este debaxo do .6. , fica hum. Poerás este hum debaxo do .6. . Ora, vem-te a segunda letra, que hé .8. , e dirás: quem de .8. tira .2. , fica .6. . Poerás .6. debaxo do .2. . Ora dize: quem... [O procedimento é repetido para cada dígito e termina com]. Poem este .2. debaxo do hum e assy teens feyto. E, assy, quem tira de .36987. .12726. ficam .24261. (f. 3, 3v).

Depois da sistematização final, “quem tira de .36987. .12726. ficam .24261”, que recorda a situação inicial e indica o resultado obtido, o autor continua explicitando o modo de efectuar a “prova”, isto é, a verificação da adequação do resultado aos dados iniciais de modo a confirmar da correcção da aplicação do algoritmo:

E, se quiseses provar, assoma este dinheiro (sic) com aqueles que tiraste, silicet [que é] .12726. e farás a própria soma que dantes tinhas, silicet, [isto é] .36987. . E oulha da maneira que aqui está afegurado, e assi está a conta çerta (f. 3v).

Ao lado esquerdo do texto está “afegurada” a conta (a palavra “figura” significa “dígito”) com a respectiva prova (figura 1):

$$\begin{array}{r} 36987 \\ 12726 \\ \hline 24261 \\ 36987 \end{array}$$

Figura 1. Conta de demenir do *Tratado da pratica Darismetyca* (f. 3v).

Terminado o estudo deste caso, o autor indica em seguida a sequência de procedimentos para o caso em que “sejam mayores as letras debaxo que as de çima”, exemplificando de novo cuidadosamente a manipulação que deve ser efectuada com cada dígito.

Esta metodologia de exposição é seguida em quase todo o livro. Ela inicia-se invariavelmente por “se quiseses saber a maneyra de asomar quebrados [fracções], farás como aqui está escrito”, “se te dissessem tres companheiros fezeram companhia em esta maneira”, ou “dame hũa numero”, e continua pela exemplificação exaustiva das manipulações a adoptar. Depois de obtida uma solução, é efectuada a prova, destinada a verificar o resultado. Sempre ausentes estão quaisquer considerações que não as técnicas estritamente necessárias à execução de procedimentos.

No entanto, nem sempre a abordagem é uma pura sequência de procedimentos a seguir. Numa parte dedicada a “preguntas”, que hoje poderiam figurar sob a designação de problemas, existem ocasionalmente comentários que sugerem uma preocupação de explicação das opções adoptadas, mas tendo normalmente como finalidade levar o leitor a uma correcta escolha da regra a aplicar ao problema em apreço.

Os livros de aritmética tornaram-se populares um pouco por toda Europa depois da invenção da imprensa. A análise da produção bibliográfica deste tipo de livros revela uma proliferação de textos italianos, espanhóis e portugueses (Almeida, 1994, II, pp. 291-293) bem como de alemães e franceses (Menninger, 1969, pp. 334-335) no final do século XV e no início do século XVI, em geral escritos em vernáculo. Só em Portugal foram efectuadas onze edições de livros de aritmética durante o século XVI com um conteúdo semelhante ao *Tratado*, embora de qualidade muito desigual, e alguns deles atingiram uma longevidade (medida pelo número de re-edições) notável². Tal como o *Tratado*, são quase sempre livros que contêm tópicos associados às necessidades comerciais. Os livros portugueses, por exemplo, referem múltiplas situações envolvendo o comércio de especiarias:

Dous baratam [trocam] cravo e canela. A canela val, a dynheiro contado, .5. cruzados e ha barato se conta a .6. cruzados... (Nicolas, 1519, f. 38)

Ficamos a saber que dois comerciantes pretendem trocar cravo e canela. A canela, quando negociada a dinheiro tem o preço de 5 cruzados a arroba, mas, quando trocada, o preço sobe para 6 cruzados. O problema continua solicitando a fixação do preço de troca do cravo, supondo certas condições comerciais complexas. Nos livros italianos (Field, 1997) é possível encontrar referências a assuntos como a compra de cones de açúcar em Alexandria, o seu transporte por mar até Messina e outros lugares, até que se pergunta por quanto cada cone deverá ser vendido se se pretender um lucro de um quinto. Embora dominados por situações cujo contexto é a vida mercantil, os livros apresentam também situações ligadas à vida quotidiana (por exemplo, heranças) e outras, claramente artificiais, que são colocadas apenas pelo interesse, ou pela curiosidade dos métodos de resolução, ou mesmo pelas suas dimensão lúdica. Como argumenta Almeida (1994), os livros de aritmética desta época são, em última análise, instrumentos de formação de uma mentalidade calculadora e de aritmetização de aspectos da vida quotidiana essenciais a um novo contexto histórico.

A formação de uma mentalidade remete imediatamente para os mecanismos da sua produção e reprodução, de entre os quais assume papel destacado a escola. E, efectivamente, observar o estilo destes livros de aritmética à distância de quinhentos anos faz-nos recordar imediatamente experiências escolares. Para um educador, em especial, estes livros respiram ainda métodos de ensino. Lá encontramos sequências cuidadosamente concebidas que se iniciam com situações simples e continuam com outras mais complexas (como vimos anteriormente no caso do algoritmo da subtracção). Constantemente deparamos com enumerações exaustivas de procedimentos a executar, sem omitir nenhum passo, por mais trivial que ele actualmente nos pareça. No entanto, contrariamente ao que é habitual nos dias de hoje, nunca é apresentada uma explicação das razões que levam a que

²Para uma discussão mais aprofundada de cada autor e de cada edição procurar em Almeida (1994).

uma determinada sequência de procedimentos seja efectuada³. O estilo da abordagem para a subtracção, e que é repetido para todos os temas do *Tratado*, é essencialmente uma explicação de processos e não de razões. Para Gaspar Nicolás, expôr claramente um assunto, é ser muito cuidadoso no sequenciar das situações apresentadas e muito detalhado na enumeração das particularidades dos procedimentos a seguir em cada caso, destacando as rotinas facilitadoras dos procedimentos. Implicitamente, encontramos assim uma concepção de ensino e de aprendizagem que, embora se resuma à memorização de regras sem a mínima referência à sua compreensão, é, apesar de tudo uma concepção do que é ensinar e aprender matemática. O livro de Gaspar Nicolás é pois, simultaneamente, o primeiro livro de matemática e o primeiro livro de texto de matemática impresso em Portugal e destinava-se com certeza a ser usado num contexto de ensino.

O saber aritmético na escola

É frequente descrever parte do processo de ensino da matemática como uma transferência do saber matemático científico, produzido e detido por investigadores especializados, os matemáticos, para o saber matemático escolar que recria o primeiro, competindo ao professor desenvolver este segundo saber e fazê-lo chegar aos seus alunos. Este processo tem sido denominado de “transposição didáctica” seguindo a sugestão de Chevallard (1991) e é comumente aceite que terá um sentido único, do saber científico para o saber escolar. Têm sido, no entanto, identificados casos em que ocorre o processo inverso (Moreira e Matos, 1998), isto é, casos em que o saber matemático escolar conduz à reformulação do próprio saber matemático. Esta “inversão das hierarquias” foi estudada pelo menos em duas situações: na influência da institucionalização da École Polytechnique sobre a clarificação da análise empreendida por Cauchy e sobre a diferenciação da matemática pura no princípio do século XIX (Restivo, 1998; Struik, 1992) e na importância assumida pela escolarização na caracterização da profissão escribal da Mesopotâmia de Ur III, que conduziu ao desenvolvimento “algébrico” atingido pelos escribas (Høyrup, 1985).

O *Tratado*, como vimos, destinava-se a um ambiente de ensino e será interessante averiguar se estamos perante um semelhante processo de inversão da transposição didáctica. Para isso, torna-se necessário elucidar os contextos pedagógicos da sua utilização, isto é, e usando como analogia termos actuais ainda que estas expressões se possam revelar imprecisas para categorizar fenómenos da época em discussão, é necessário saber que escolas, que professores, que métodos e que alunos usavam estes livros. Embora seja igualmente necessário esclarecer as necessidades sociais que conduziram a que esta aritmética fosse ensinada nesta época, deixarei este tópico mais para a frente.

Quanto às escolas, sabemos que existiam em Itália desde o século XII as chamadas *escolas do ábaco* instituídas por guildas⁴ e por vezes pelas autoridades municipais, dirigidas em primeiro lugar a futuros mercadores (Field, 1997). Tartaglia terá ensinado numa destas

³Embora esta afirmação se aplique ao *Tratado* e possa ser estendida à generalidade dos livros portugueses de aritmética, é também verdade que estes não são homogéneos quanto a esta visão do fenómeno didáctico. Alguns autores, Bento Fernandes ou Guiral de Pacheco, por exemplo, expandem-se bem mais do que Gaspar Nicolás nas considerações que tecem sobre os diversos procedimentos matemáticos. O seu estudo comparativo está, no entanto, fora do objectivo do presente trabalho.

⁴ Isto é, associações de comerciantes.

escolas em Verona. A criação de tais escolas parece ter sido uma resposta à procura de competências matemáticas adequadas à aceleração do comércio internacional e à internacionalização da banca. Não existem referências a escolas similares em Portugal anteriores ao século XVI, mas é referida a existência de escolas públicas de primeiras letras, bem como de escolas elementares associadas a diversas instituições do clero ou ao paço durante o século XV⁵ (Carvalho, 1994; Fernandes, 1979; Mattoso e Sousa, 1997). É o próprio Pedro Nunes que, na Dedicatória do *Libro de Algebra*, nos informa que, enquanto

em Itália há “algũs homẽs muy exercitados nesta arte, porque em todallas cidades ha Mestres salarizados de conta em Arithmetica & Geometria”, em Espanha os não há (Nunes, 1950, p. xiv). Conforme afirma Rogério Fernandes,

não deixa de ser digno de nota o facto de não acharmos em Portugal os tipos de instrução destinada a mercadores de que há notícia nos séculos XII e XIII, designadamente na Flandres e na Itália. O certo é que a actividade comercial-marítima já se encontrava desenvolvida entre nós mas a Igreja Católica pesava ainda muito fortemente no ensino. Só em meados do século XV poderemos falar de formas de escolarização destinadas tipicamente à burguesia (1979, p. 91).

A existência de edições e re-edições dos livros de aritmética entre nós indicia, no entanto, que estes livros conheciam uma difusão muito razoável, o que significa que estavam a ser usados integrados num qualquer processo de ensino mesmo na ausência das típicas escolas do ábaco ao estilo italiano. Será pois plausível supôr que a formação destinada a futuros mercadores terá encontrado entre nós modos de se efectuar. Para além da possibilidade de pelo menos algumas escolas religiosas terem incorporado uma formação de aritmética comercial⁶, importa indagar o que se passava noutras escolas privadas ou públicas.

No início do século XVI existem referências ocasionais a escolas particulares elementares. Frei Luís de Sousa, por exemplo, na sua obra *Anais de D. João III*, comentando a educação recebida por D. João III, afirma que este começou a receber o ensino das primeiras letras aos quatro anos (em 1506) e que “pareceu novidade mandar el-rei [D. Manuel I] vir ao paço, para dar lições de escrever ao príncipe, um pobre homem [Martim Afonso] que, por bom escrivão, tinha escola aberta na cidade” (Carvalho, 1994, p. 165, n. 3). Como seria de esperar que esta educação fosse dada por nobres ou por pessoas de elevada cotação social, comenta-se, com ironia, que daqui se conclui duas coisas, a primeira é que Martim Afonso deveria “ser insigne na arte”, e a segunda, “que não haveria então homem nobre, que o fosse nela” (p. 165).

Também existem dados sobre escolas não religiosas nas duas descrições coevas que possuímos sobre a Lisboa de meados do século XVI, uma da autoria de Cristóvão Rodrigues de Oliveira (1987) referente ao ano de 1551, e outra de João Brandão (1990) do ano de 1552, escolas, suponho, muito provavelmente semelhantes à que Martim Afonso

⁵É escassíssima a informação sobre a educação matemática efectuada nestas escolas sendo plausível considerarmos que deveria ser muito reduzida, se não inexistente.

⁶Segundo informação de Almeida (1994, I, p. 42), a Companhia de Jesus, que só se vem a estabelecer em Portugal em 1540, utilizava caracteres árabes na escrituração dos seus livros de contabilidade.

tinha aberta na cidade. João Brandão refere que existiam em Lisboa “trinta escolas de ensinar a ler e escrever, onde há cinco ou seis mil meninos” (1990, p. 155), alterando depois esta avaliação para 40 escolas, informando que “em cada escola tem duzentos, trezentos meninos, deles mais, deles menos” (p. 192). Números sensivelmente idênticos aos indicados por Cristóvão Rodrigues de Oliveira que refere a existência de sete mestres de gramática, 34 mestres que ensinam moços a ler (1987, p. 94) e 2 mulheres que ensinam moças a ler (p. 99). Qualquer dos valores indicados apontam para um número elevadíssimo de alunos por turma pelos padrões actuais. Esta proporção não deve ter variado significativamente, pois embora existam indicações que apontam para que o número destas escolas tenha duplicado entre meados do século XVI e 1620, este aumento terá acompanhado o crescimento populacional da cidade de Lisboa neste período de tempo que também duplicou (Curto, 1997).

Não sabemos exactamente o que ensinava Martim Afonso, o contestado mestre de D. João III, na sua escola. Sabemos que ele era escrivão, o que indicia que ensinava a ler e a escrever. Existem, no entanto, indicações de que nesta época a aritmética começa a fazer parte efectiva do ensino elementar, aprendendo-se a numeração ao mesmo tempo que o abecedário e a caligrafia. Uma publicação de 1590 que compulsa numa mesma obra três textos, os *Exemplares de Diversas Sortes de Letras* de Manuel Barata, já falecido nesta data, as *Regras que ensinam a maneira de escrever* de Magalhães Gândavo e um *Tratado de Arismetica* anónimo ilustra precisamente este movimento de associação entre a leitura, a escrita com especial ênfase na caligrafia, e a aritmética elementar (Fernandes, 1979). Quanto a este último texto matemático, Almeida mostra (1994) ser composto pelos primeiros fólios do *Tratado d'Arismetica* de Gaspar Nicolás e que incluía o sistema de numeração, tabuadas, as quatro operações, a técnica de disposição de contas, a regra de três chã, a regra de três com tempos e regra de juros, tendo sido omitidas as partes especificamente comerciais que constituíam o remanescente da obra de Nicolás. Parece assim que aqueles primeiros fólios do *Tratado* que Manuel Barata editou separadamente e publicou em conjunto com os outros dois textos, podem ser indicadores da construção dos elementos matemáticos do currículo do ler, escrever e contar, na altura em que este contar passou a ser essencial aos novos modos sociais (Fernandes, 1979). Seria pois plausível supormos que, pelo menos, algumas daquelas escolas incluíssem rudimentos de aritmética entre os assuntos ensinados aos seus alunos.

Estamos perante um duplo movimento de associação e de diferenciação do saber aritmético que acompanha a aparição do ensino em vernáculo que codifica as suas regras nas gramáticas⁷, e o desenvolvimento da caligrafia como forma de apropriação individual da escrita. Se, por um lado, a aritmética começa a ser *associada* às competências “básicas” necessárias à parte letrada da população (as outras competências são a caligrafia e a gramática portuguesa) assistimos, em simultâneo, à sua *diferenciação* da leitura e da escrita. A aritmética já não é apenas a execução de um cálculo digital (dactilonomia), a leitura e a escrita de letras agrupadas de um modo especial, ou a manipulação de um ábaco. Passa a ser um saber autónomo, especializado, envolvendo símbolos especiais (o algarismo

⁷O tratado é quase contemporâneo da publicação da primeira gramática portuguesa que ocorreu em 1536, a *Gramática da Linguagem Portuguesa* de Fernão de Oliveira (Carvalho, 1996).

mouro) e procedimentos próprios (o cálculo de juros, ou a determinação de diversos impostos) e tornando-se necessário que a parte letrada da população, não apenas a burguesia, mas também outras profissões especializadas, aprenda procedimentos técnicos de manipulação destes símbolos mais complexos. É neste duplo sentido de associação e de diferenciação da aritmética que deve ser interpretado o comentário de João de Barros, autor de uma cartilha muito popular, que refere mesmo a qualidade de “aritmético”, quando em 1539 afirma que:

A maneira de numerar por cifras, dado que também sejam algumas delas do nosso ABC, mais pertence a aritméticos do que a gramáticos (citado em Fernandes, 1979, p. 127).

Embora as cifras, isto é, os algarismos, *sejam* do nosso ABC, o “numerar por cifras” *pertence* a outros especialistas que não os que tradicionalmente se ocupam do ensino da leitura e da escrita.

É precisamente no princípio do século XVI que assistimos ao início da intervenção da matemática como um dos grandes descritores da vida social, e a sua inclusão no currículo elementar é indício desta mutação cultural fundamental. Referindo-se aos tempos actuais, Ole Skovsmose (1994) apelidou de “formatador” do quotidiano este poder de descrição, querendo significar com esta designação que a prevalência das interpretações contemporâneas do real que recorrem à matemática “formatam”, isto é, moldam irremediavelmente a nossa forma colectiva e individual de estar e intervir nesse real. Este seu termo, *formatar*, descreve adequadamente as ocorrências do século XVI que tenho vindo a analisar.

Como seria o percurso escolar das crianças naquela época? Escasseiam as fontes de informação trabalhadas pelos estudiosos. Podemos no entanto ter alguma ideia a partir do testemunho auto-biográfico do Cavaleiro de Oliveira, nascido em 1702, embora a narrativa se refira a uma época posterior à que tenho vindo a analisar. Seguirei aqui a súmula apresentada por Justino Magalhães (1994, pp. 176-7). O pai de Cavaleiro de Oliveira era Contador dos Contos do Reino e Casa, homem dado às letras e senhor de “uma livraria numerosa mui escolhida, e posso dizer que das mais raras de Lisboa”. Menino ainda, foi confiado aos cuidados de João Batista Romano.

Com o referido aprendi a fazer sobre o papel mil qualidades de garavunhas de que pouco a pouco se veio a formar o ABC... Começando eu já a ajuntá-lo, tendo decorado uma Carta toda desde o Bão bão até ao Zão zão, e sabendo já o Creio em Deus Padre, o Padre Nosso e a Avé Maria, sabia já dizer muito bem quando não tinha fome que comer não podia (Magalhães, 1994, p. 177).

Pelos seis anos estava preparado para ingressar junto de um Mestre de Meninos. Foi escolhido Francisco Martins, organista do Hospital Real de Todos os Santos no Rossio que tanto recebia o nobre como “o maroto de pé descalço”.

Dentro de um ano e meio não só lia mas adivinhava as cifras de que tinham usado todos os Escrivães, Notários e Tabeliões do Reino de Portugal e suas Conquistas (...) Julgando-se que eu em matéria de escrever tinha assentado bastantemente a mão sobre o Morante que foi o Autor de que tirei os primeiros

traslados (...) me foi o Senhor Francisco Martins admitindo ao mesmo tempo à Aritmética (p. 177).

Depois, quase a fazer dez anos, já estudava a Gramática do jesuíta Padre Manuel Álvares. Completou os dez anos de idade no Colégio ou Estudo dos Lóios, ao cuidado do Padre Lourenço Pinto. Conforme resume Magalhães,

ficamos informados do percurso de iniciação e aprendizagem das bases da leitura e da escrita. Destarte, a iniciação à leitura opera-se em simultâneo com o grafismo e antes da instrução elementar. Nesta aperfeiçoou a leitura e a escrita, iniciando-se à Aritmética. Por fim a Gramática Latina prepara a transição para as cadeiras da instrução secundária (1994, p. 177).

Cem anos depois da primeira publicação conjunta dos três textos que referi atrás (um abecedário, um livro de caligrafia e um texto de aritmética elementar), os assuntos estudados no ensino elementar do princípio do século XVIII reflectem ainda os mesmos conteúdos: são compostos pela leitura, a caligrafia, a aritmética elementar e as bases do catecismo.

Se temos indicações relativamente às escolas e ao percurso escolar dos alunos a quem se destinava o *Tratado*, falta-nos ainda saber algo quanto às práticas de ensino. Sabemos que numa aula típica das escolas medievais, os alunos tomavam notas, ou copiavam o texto completo, enquanto o seu professor lia os problemas e as soluções. Esta organização da aula constituiu uma tradição que perdurou durante muito tempo. Ela era usada pelos professores árabes e pelos italianos, era corrente nas universidades e foi continuada pelo ensino jesuíta até ao tempo do Marquês de Pombal.

O estilo do *Tratado* adapta-se perfeitamente a este tipo de ensino. Como vimos nos exemplos apresentados atrás, o autor usa muitas vezes o “eu”, outras um sujeito indeterminado “se te dissessem” e dirige-se ao leitor sempre através do familiar “tu”. O uso do imperativo é também muito comum “fazeme de .70. taes 4 partes”. Esta estrutura do texto adapta-se muito bem a uma leitura directa do livro pelo mestre dando literalmente instruções aos alunos para executarem esta ou aquela tarefa. A gravura com que termina a edição de 1519 do *Tratado* (figura 2) parece representar uma aula deste tipo⁸. Nela, o mestre está sentado numa cadeira mais elevada e aponta para o livro enquanto os aprendizes folheiam, presumivelmente, outros exemplares do mesmo livro. Repare-se na expressão atenta do aluno mais à esquerda que parece transcrever as palavras do mestre. O livro parece ser o centro, desempenhando o mestre o papel de mediador entre dois saberes: o saber contido no livro e o que deve ser aprendido pelos alunos.

⁸ Estas gravuras apareciam, por vezes, noutras publicações.



Figura 2. Gravura com que termina o *Tratado da pratica Darismetyca* de 1519.

Em resumo, trata-se de um “sistema” de ensino (se é que se pode falar de todo em sistema) muito diversificado, onde coexistem estruturas escolares muito distintas, escolas públicas ocorrendo em espaços acessíveis a quem dispusesse dos cabedais necessários, aulas privadas, isto é, no domicílio, contextos profissionais de aprendizagem, tendo lugar ao mesmo tempo que é exercida uma profissão, ou escolas eclesiásticas. Nestas estruturas, os alunos percorrem um caminho que, embora siga uma sequência de conteúdos mais ou menos pré-determinada, engloba uma grande flexibilidade e individualidade dos percursos de formação. Quanto à aritmética, neste sistema escolar do século XVI, ela diferencia-se como saber escolar e passa a integrar o que hoje denominaríamos de currículo básico.

Usos da aritmética

Vimos que o conteúdo dos livros de aritmética tem fortes ligações à actividade comercial e tracei até agora um esboço do enquadramento escolar onde presumivelmente eles seriam utilizados. Importa agora alargar o âmbito desta análise e entender alguns envolvimentos sociais compreendendo outro tipo de situações do quotidiano ou referindo ocupações cujos profissionais estabeleçam relações com a aritmética. Trata-se de procurar estabelecer um quadro de ocupações que recorriam à aritmética, sem preocupação de elaboração de uma lista extensiva de usos ou de contextos.

Observemos em primeiro lugar os mestres. Encontrámos Martim Afonso, escrivão de profissão, que também ensinava em privado o futuro rei D. João III bem como os alunos de uma escola que “tinha aberta na cidade”. Sabemos que Manuel Barata, o autor dos *Exemplares de Diversas Sortes de Letras*, foi um célebre mestre de escrever⁹, abriu uma escola pública em Lisboa e ensinou um dos filhos de D. João III (Almeida, 1994, I, p. 103,

⁹“A mais insigne mão de pena que se conhece na Europa até ao seu tempo”, no dizer de Camões, que lhe dedicou um soneto.

n. 99), e que Magalhães Gândavo, além de escritor, foi mestre numa escola do interior norte. Já no século XVII, a descrição do Cavaleiro de Oliveira permite-nos encontrar outros mestres, João Batista Romano, mestre de primeiras letras e dos rudimentos da doutrina católica, Francisco Martins, chantre do Hospital de Todos os Santos, que também dá aulas particulares de leitura, escrita, aritmética e gramática a alunos de várias classes sociais, e o Padre Lourenço Pinto, que ensina numa escola “secundária” directamente dependente da autoridade eclesiástica. Em conclusão, a ocupação de ensinar raramente é assumida em exclusividade e está, nesta época, associada a muitas outras ocupações.

Gaspar Nicolás ensinaria? Os dados sobre a sua vida são escassos¹⁰ e não existe nenhuma indicação que nos permita afirmar que ele ensinava matemática. No entanto, o cuidado didáctico patente na organização do seu texto, no modo como conduz o leitor pelo caminho que acredita ser o mais adequado, consonante com a visão coeva do fenómeno educativo, e na enumeração, quase diríamos obsessiva, de todos os passos para a resolução de um problema ou para a execução de uma técnica, aponta para que possuía um conhecimento pedagógico sólido e é compatível com a conjectura de que, também ele, ensinava. A consistência da sua abordagem didáctica não me parece ser conciliável com a hipótese de o seu livro ter resultado de uma mera cópia de outros livros de aritmética, mas as fontes são omissas quanto a esta questão. Se Gaspar Nicolás ensinava, não era a tempo inteiro. Talvez, como no caso dos mestres anteriormente referidos, acumulasse uma actividade profissional (de escrivão ou contador na Casa da Índia?) com a de dar aulas (ocasionalmente? a particulares? numa escola?).

De entre os outros que lidavam com a aritmética merecem lugar de destaque os próprios autores dos livros. Uma síntese das ocupações profissionais dos autores dos livros de aritmética publicados em Portugal nos séculos XVI e XVII (quadro 1) permite-nos, apesar das incertezas que rodeiam as suas biografias, realçar que apenas um, Gaspar Cardoso de Sequeira, teria como ocupação principal a de professor. Por certas referências do *Tratado*, sabemos que Gaspar Nicolás tinha grande familiaridade com os procedimentos da Casa da Índia e da Mina e todos os outros autores apresentam igualmente uma ligação a tratos de mercancia privados ou estatais. A prática d’aritmética nasce com fortes relações fora do quadro escolar e os seus construtores possuem conhecimentos profissionais obtidos no comércio privado ou em funções chave relacionadas com actividades mercantis públicas.

¹⁰Mais aprofundadas discussões sobre a biografia de Gaspar Nicolas podem ser encontradas em Albuquerque (1973, pp. 99-120) e em Almeida (1994, I, pp. 77-87).

Quadro 1 - Ocupações profissionais dos autores de livros de aritmética publicados em Portugal nos séculos XVI e XVII.

Autores	Data da 1ª edição	Ocupações profissionais
Gaspar Nicolás	1519	Funcionário da Casa da Índia? Autor de tábuas de navegação.
Ruy Mendes	1540	Desconhecida. No entanto, está muito bem informado sobre a vida comercial e a máquina administrativa do estado.
Bento Fernandes	1555	Comerciante, morador e com loja no Porto.
Gaspar Cardoso de Sequeira	1612	Mestre em Artes pela Universidade de Alcalá e professor de matemática em Lisboa, Coimbra e “outras cidades de Portugal e Espanha”.
Afonso de Villafanhe Guiral e Pacheco	1624	Comerciante no Porto.

Nota: Quadro construído a partir de Almeida (1994).

Não eram estes os únicos personagens que, para além dos lentes universitários de que me ocuparei mais para a frente, usavam, divulgavam, construíam e reconstruíam a aritmética fora da escola. Para além dos mercadores, existiam outras profissões que necessitavam de conhecer e que aprofundavam a aritmética enquanto ferramenta quotidiana. Dentre estas¹¹ apenas destacarei a dos contadores, que merecem uma referência especial do próprio Pedro Nunes que na dedicatória do seu *Libro de Algebra* o recomenda aos “corenta contadores” que o Cardeal D. Henrique tem “de sua fazenda” (1950, p. xiv).

Aparentemente, existiam homens que se tinham especializado nas técnicas de cálculo escrito e se prontificavam a efectuar cálculos a pedido dos clientes. Em Portugal este tipo de actividades foi recenseado em Lisboa nas arcadas do Hospital de Todos os Santos que davam para o Rossio em Lisboa, no Porto, e em Ponte de Lima (Almeida, 1997), e Albuquerque (1973) coloca mesmo a hipótese de Gaspar Nicolás ganhar a vida como “aritmético”, embora tal ocupação não conste das listas de profissões referidas em textos coevos de meados do século XVI. Não existe em Portugal referência concreta à profissão de aritmético ou de abacista, isto é, nenhuma das pessoas que tenho vindo a comentar é qualificada daquele modo na época, se exceptuarmos o comentário de João de Barros que referi anteriormente. Tais profissionais existiam noutros países da Europa, tendo mesmo lojas abertas para disponibilizar os seus serviços (Ifrah, 1997). Penso que a existência daqueles especialistas deverá ser investigada. Note-se, no entanto, que nenhuma fonte coeva revelada até agora a refere (Brandão, 1990; Góis, 2001; Oliveira, 1987). Por exemplo, Damião de Góis (2001), escrevendo em 1554, descreve o Largo do Pelourinho Velho como o espaço de maior concentração dos escrivães da capital (e que marcaria a originalidade de Lisboa no quadro europeu) não inclui qualquer tarefa aritmética na

¹¹A utilização da aritmética pelos cartógrafos não me parece ter sido estudada, apesar de se saber que em 1552 existiam “seis casas que fazem cartas de marear. São por todas dezoito pessoas” (Brandão, 1990, p. 188). Não está igualmente estudado o seu uso pelas profissões ligadas às artes.

descrição do tipo de trabalho levado a cabo por estes escrivães. De qualquer modo, a proliferação destes profissionais indicam que, se houve um aumento da importância de documentos escritos privados (cartas, contratos, solicitações, elogios) durante este século XVI, faltavam na população competências para os executarem autonomamente. Da mesma forma se poderá argumentar que ao desenvolvimento da aritmetização da sociedade corresponderá igual carência de formação, pelo que a população que o desejasse deveriam encontrar algures profissionais dominando os conteúdos matemáticos elementares. A ocupação de escrivão poderia englobar igualmente actividades ligadas à aritmética, como refere Almeida (1994, I, p. 78, n. 9), mas, embora correndo o risco de me repetir, é estranho que Góis não as refira na lista de exemplos de serviços prestados por estes escrivães.

Mais clara é a ligação entre a aritmética e a produção teórica relacionada com a empresa das navegações. Ela está documentada no caso de Simão Fernandes de Távira que teve diversas intervenções neste empreendimento, sendo qualificado de “meu astrónomo e meu astrólogo” por D. João III. Conhece-se um manuscrito sobre aritmética da sua autoria que deve ter sido escrito entre 1525 e 1530. Segundo Almeida (1997), trata-se de uma aritmética em verso “onde se ensina, com apurado sentido de ensinança, a feitura das quatro operações aritméticas (...) mais as respectivas provas dos nove e provas reais” (p. 55). O documento não chegou a ser publicado e Marques de Almeida conclui, com fortes argumentos, pela sua divulgação nula. Mas, mesmo que seja esse o caso, importa saber onde teria Simão de Távira adquirido o tal “apurado sentido de ensinança”? Tal como sugeri para o caso de Gaspar Nicolás, fica-nos a hipótese de que também ele poderia ter ensinado.

Não é Simão Fernandes o único caso conectando a aritmética e as navegações. Segundo Luís de Albuquerque (2001), a história das origens da navegação astronómica portuguesa é, essencialmente, a história de dois métodos para determinar a latitude: o regimento da estrela polar e o regimento do Sol. O primeiro método foi alcançado empiricamente a bordo, motivado pelas dificuldades com ventos contrários que os mareantes portugueses encontravam no regresso das viagens para sul do Cabo Bojador e tinha estabilizado em meados do século XV. O segundo, elaborado por solicitação real, foi desenvolvido por médicos judeus em finais do século XV, e tem origem no saber astrológico anterior no essencial detido pela comunidade judaica. Sabe-se que Gaspar Nicolás actualizou as tábuas da declinação do Sol anteriormente publicadas pelo judeu Abraão Zacuto por volta de 1496. A informação deve-se a Valentim Fernandes que inclui no seu livro *Reportório dos Tempos* (1913) - primeira edição de 1518 - um regimento da declinação do Sol, afirmando:

Seguese o regimento da declinação do Sol, pera por elle saber o mareante em qual parte estaa silicet aaquem, ou aalem da linea equinocial. A qual declinação foy tirada pontualmente do Zacuto, pello honrado Gaspar nicolas mestre sufficiente nesta arte (p. 52).

Essas tábuas, peça central do regimento do Sol, desempenharam um papel fundamental nos descobrimentos portugueses durante pelo menos os três primeiros quartéis do século XVI. Seria Nicolás, qualificado como “mestre suficiente” na arte da astronomia, judeu? Se o fosse seria possível estabelecer uma via interessante para a penetração da

prática da aritmética em Portugal. No entanto, a hipótese da origem judaica foi levantada por Luís de Albuquerque e explorada por Marques de Almeida (1994) com resultados inconclusivos.

Em 1958 Joaquim Barradas de Carvalho publicou um estudo pioneiro sobre a difusão dos numerais árabes em Portugal, que, no entanto, é omissa quanto a esta pista judaica. Analisando exaustivamente fontes portuguesas, separando os textos de literatura de viagens e de literatura científica, e fazendo um apanhado da análise de outros tipos de textos para o período de meados do século XI até meados do século XVI, concluiu que, neste segundo tipo de fontes, a percentagem de numerais árabes em relação aos numerais luso-romanos e por extenso é muito reduzida, mesmo a partir do começo do século XV. A análise da literatura de viagens e da literatura científica revela que até à escrita do manuscrito *Esmeraldo de situ orbis* de Duarte Pacheco Pereira nos primeiros anos do século XVI existe uma diferença marcante entre os autores de portugueses e os de origem estrangeira escrevendo em Portugal. Os primeiros, à excepção de Duarte Pacheco Pereira, empregam percentagens muito mais elevadas de numerais luso-romanos do que árabes. Os autores de origem estrangeira fazem precisamente o contrário. Depois do início do século XVI, o quadro muda completamente e os numerais árabes predominam quer na literatura de viagens quer naturalmente na literatura científica. O trabalho de Joaquim Barradas de Carvalho é a todos os títulos notável por revelar a importância da utilização do sistema de numeração árabe, não apenas na sua dimensão técnica, mas essencialmente por estar associada a uma nova mentalidade:

Os homens são obrigados a medir as coisas, a considerar a natureza e a sociedade. Não apenas sob o seu aspecto qualitativo, mas ainda sob o seu aspecto quantitativo. E a mudança de atitude que daí resulta modificou-os no que eles tinham de mais delicado, de mais fino: a sua utensilagem mental, e mesmo a sua psicologia (1958, pp. 5-6).

O início do século XVI aparece pois como uma zona charneira, marcando a consagração dos numerais árabes como instrumentos mentais inovadores.

A tese de Joaquim Barradas de Carvalho tem sido aceite nos seus aspectos gerais, tendo apenas Luís de Albuquerque comentado que ela não contempla o legado judaico (Almeida, 1986). De facto, por razões metodológicas, textos astrológicos do século XIV, com origem em Portugal, que fazem extenso uso da numeração árabe não foram considerados. Na introdução daquele sistema de numeração, e em especial, da simplificação calculatória a ele associada, terão intervindo, não só autores estrangeiros residindo em Portugal, mas também autores que detinham um saber pelo menos cem anos anterior ao que Barradas de Carvalho propunha. Visto sob este prisma, o *Tratado* adquire uma nova dimensão, pois, caso notável para a época, todas as suas operações aritméticas recorrem a numerais árabes, não existindo qualquer referência a numerais romanos nem aos respectivos algoritmos aritméticos. Os únicos numerais romanos que inclui numeram os fólios de um apêndice contendo “tavoadas da prata”. Este foco exclusivo nas operações com numerais árabes não é exclusivo do *Tratado*, e revela uma diferenciação clara entre os livros de aritmética portugueses e os espanhóis. Enquanto que os segundos dedicam um grande espaço à *conta castellana* (operações aritméticas com numerais romanos), os

portugueses ignoram-na completamente¹² (Almeida, 1994, I). Esta desenvoltura com a numeração árabe é comparável à que o judeu Abraão Zacuto exhibe no seu *Almanaque*, ou com a familiaridade com que médicos judeus circulavam pela corte de D. Manuel, naturalmente antes do advento da Inquisição. A ligação das práticas escolares de aritmética a práticas de difusão do saber no interior da comunidade judaica portuguesa merece ser estudada.

Como via a sociedade o trabalho destes especialistas? Existem indicações que a introdução dos algarismos árabes deparou com resistências (Almeida, 1994, I, p. 42; Menninger, 1969, p. 427). Em Portugal, no entanto, não existe notícia de situações semelhantes¹³. A aritmética, especialmente a que faz uso da numeração árabe, começa a tomar uma importância grande no quotidiano justificando a necessidade destes especialistas. Já em 1446 nas Ordenações Afonsinas se refere a importância do conhecimento da Aritmética, declarando que se exige aos detentores de altos cargos administrativos do reino

que sejam sotis, e penetrativos em toda a moralidade, e sciencia assy Cível como Canonica, e em Aresmética, que hé arte verdadeira demonstrativa, pola qual se conhecem muitas cousas: e ham de seer verdadeiros em suas palavras, e amar a verdade, e arredar-se da falsidade (citado em Almeida, 1997, p. 27).

Palavras lisonjeiras, que mostram o alto apreço em que era tida aquela “arte”. Por outros documentos é possível confirmar esta opinião positiva sobre os matemáticos. Por exemplo, Gil Vicente elogia D. Francisco Melo, matemático da corte de D. Manuel, afirmando que “tinha ciência qu’avonde” (Almeida, 1997, p. 53), e vimos a forma como Gaspar Nicolás é elogiado por Valentim Fernandes.

Esta deferência em relação aos homens detentores do saber aritmético era aliás estendida a profissionais de outras áreas que se relacionam com a matemática. Uma análise dos documentos publicados por Nuno Senos referentes à construção do Paço da Ribeira (2002) que outrora existiu no que ainda hoje se designa por Terreiro do Paço em Lisboa, regista intervenções de dois “medidores das obras de Lisboa”, Rodrigo Afonso, que foi chamado entre 1510 e 1511 e Pero Luís para o qual há registo de onze medições entre 1518 e 1521. Estes profissionais eram chamados a avaliar o montante a pagar pela construção de paredes, muros, ou o assentamento de ladrilhos ou azulejos e o seu trabalho envolvia actividades de medição, normalmente de áreas, e a correspondente multiplicação para calcular o custo total. Por exemplo, o Documento 6 (p. 232) é a transcrição de uma certidão:

Aos oytto dias do mes de oytubro de myll e b^c xbiiij annos fuy eu pero lujs medidor das hobras desta cidade de lixboa fuy medir humas paredes que fez buguarreo na torre do almazem as quais paredes eu mydy perante alvaro vieira estpriuão das obras e asy achey nas dictas paredes que estam feitas athe o primeiro sobrado (...). Lix braças e quarta em que se amonta xxxb mjll e b^cL reaes ha Rezam de

¹²Ela apenas é brevemente referida por Guiral e Pacheco em 1624, que a apelida de “antigua”.

¹³Marques de Almeida refere apenas uma situação ocorrida em 1633 (1994, I, p. 42).

bj̄ reaes braça e per certidam dello lhe dej este per my asinado feito no dicto mes e era.

Isto é, a avaliação ocorreu em 8 de Outubro de 1519. As paredes tinham sido feitas pelo pedreiro Bugarreo e tinham de área 59 braças quadradas e um quarto, isto é, 130,35 m². Ao preço de 600 reais por braça quadrada, o custo total era de 35.550 reais. Os cálculos eram complexos para a época, ainda mais se a multiplicação tivesse sido efectuada, como provavelmente o foi, seguindo o sistema de numeração luso-romano. Outras certidões referem cálculos mais complicados, por vezes envolvendo fracções.

Tratar-se-ia meramente de uma função envolvendo competências matemáticas complexas não fosse a circunstância de as 11 avaliações efectuadas por Pero Luís, dum total de 20 publicadas por Senos (2002), registarem quase sempre as presenças de Afonso Monteiro e de Álvaro Vieira, respectivamente, almoxarife e escrivão das obras da Casa da Mina. Estes dois altos funcionários nunca aparecem em actos de avaliação de valores que apenas podem ser efectuados globalmente por estimativa (móveis, janelas, etc.). Nestes casos são convocados dois a três avaliadores que avaliam consoante a sua experiência profissional. Nem sequer quando outro alto responsável, André Pires, mestre das obras reais, desempenha as funções de avaliador, aqueles dois funcionários são mencionados. A hipótese de os dois estarem presentes apenas quando estivessem envolvidos montantes elevados é rejeitada pois eles assistem a medições levadas a cabo por Pero Luís que conduzem a altos ou baixos montantes, mas não a outras avaliações, mesmo de montante elevado. Não estão igualmente presentes em situações destinadas a arbitrar conflitos. Aqueles dois funcionários estão ausentes numa única medição atípica efectuada por Pero Luís e que se destinava a sanar um problema ocasionado pela queda de um muro presumivelmente da responsabilidade do pedreiro (p. 234). Neste caso o medidor leva a cabo o seu trabalho e efectua duas multiplicações complexas, desmentindo assim uma segunda hipótese, a de que Pero Luís necessitasse de apoio para efectuar contas.

Existe ainda uma outra diferença importante entre os actos de Pero Luís e os dos outros avaliadores. Enquanto que quase todos estão obrigados a um juramento de isenção, que segue uma fórmula do tipo “juro segundo deus e a nossa consciência e pelo conhecimento que temos de nossos officios”, o medidor está isento deste juramento. Mesmo André Pires, mestre das obras reais, embora normalmente isento, é por vezes obrigado a um juramento daquele tipo, quando não declara a sua função. Estes factos parecem indicar que por um lado, o uso de meios de medição por parte do medidor das obras de Lisboa (quaisquer que eles fossem) atribuía ao acto uma solenidade tal que requeria a presença dos mais altos responsáveis da obra. Por outro, a natureza dos procedimentos matemáticos, medir e calcular, parece dispensar o seu responsável de efectuar um compromisso público de isenção e é prestigiante para a aritmética.

Se existe uma forte utilização dos conteúdos matemáticos do *Tratado da pratica Darismetyca* em práticas sociais, em especial nas que envolvem o comércio e as relações de propriedade, também se pode constatar o inverso, isto é, ao longo do *Tratado* existem constantes referências a situações do quotidiano. Para citar apenas alguns exemplos, repartir 948 reais por 3 pessoas é a situação escolhida para iniciar a explicação do algoritmo da divisão, a regra de três com tempos é exemplificada, sistematicamente, através de

empreendimentos comerciais, nos quais diferentes pessoas investem montantes distintos por tempos distintos, já para não falar das situações inerentemente mercantis, como o cálculo do imposto de quarto e vintena em vigor na Casa da Índia. Mesmo ocasionalmente aquando da introdução de algoritmos aritméticos, as quantidades envolvidas são designadas por “dinheiros”, como vimos atrás.

Seria, no entanto superficial considerar estarmos perante uma matemática essencialmente utilitária. Tal como no caso dos métodos algébricos dos escribas da Mesotâmia (Høyrup, 1985; Matos, 2002), dificilmente se podem considerar situações práticas realistas aquelas em que, por exemplo, se pretende conhecer o dinheiro inicialmente na posse de um homem que vai de Lisboa a Santarém, parando três vezes no caminho e que de cada vez gasta 20 reais e duplica o montante que possui nesse momento (Nicolas, 1963, f. 28). Ou a dos três homens que queriam comprar um cavalo por 60 cruzados e em que o primeiro diz ao segundo (em português actual) “se me dás metade do que tens, com o que eu tenho compro o cavalo”, o segundo diz ao terceiro “se me dás um terço do que tens, com o que tenho comprarei o cavalo” e o terceiro replica ao primeiro “dá-me o quarto do que tens e com o que tenho comprarei o cavalo”. O problema que começou por ser relacionado com a compra de um cavalo passou a um jogo de adivinhação em que se pretende saber quanto tem cada um na bolsa. (f. 31v). De modo semelhante, dificilmente se pode imaginar a situação da vida real em que dois homens vão caminhando, um à razão de 30 milhas por dia e o outro vai andando progressivamente 2, 4, 6 léguas por dia e onde se deseja saber o dia em que se encontram (f. 53v). Trata-se de exemplos escolhidos ao acaso de entre os muitos de que o livro está repleto. Tal como no caso dos escribas da Mesopotâmia, a artificialidade indicia que estas situações são colocadas num ambiente que, embora no caso português tenha ligações fortes a um contexto de prática comercial, adquiriu uma vida própria, desenvolvendo os seus próprios códigos, e definindo os seus próprios objectivos, e que, tal como todas as actividades humanas, passou a incluir aspectos lúdicos. Posto de outro modo, a prática social da aritmética autonomizou-se da prática social que lhe deu origem, a mercancia e as relações de propriedade, e constituiu-se numa área de saber específica, neste caso indissolúvelmente ligada ao contexto escolar.

A aritmética como conhecimento científico

Deixei deliberadamente para o fim a discussão sobre o conteúdo matemático do *Tratado*. Não porque este seja menos importante do que outros aspectos, mas porque é o tema que mais comumente tem penetrado a história da ciência. Precisamente para contrariar uma visão histórica fundada apenas numa linguagem técnica dos conceitos matemáticos (Restivo, 1998), procurei abordar em primeiro lugar os contextos, os usos e os homens. Chegou agora a vez de centrar a atenção nas ideias matemáticas.

Os historiadores identificam duas obras como matrizes essenciais dos livros de aritmética impressos nos finais do século XV e durante o século XVI. A primeira, mais recuada, o *Liber Abaci* (1202) de Leonardo de Pisa, mais conhecido por Fibonacci, (c. 1170-1240), desempenhou um papel importante na difusão dos algarismos árabes na Europa, explicando detalhadamente o modo de calcular as quatro operações e raízes quadradas usando o sistema posicional, e suspeita-se que o nome *escolas do ábaco* tenha origem no título do seu livro. Este contém problemas envolvendo transacções comerciais,

ou o câmbio de moedas, para além de outros com um significado matemático importante (Boyer, 1985), que podem ser referenciados a fontes islâmicas, com origem a lugares onde Fibonacci passou algum tempo da sua vida. A segunda obra, a *Summa Arithmetica, Geometria Proportione et Proportionalita* (1494) do franciscano Luca Paccioli (1445-c. 1514), influenciou directamente o conteúdo de muitos dos livros de aritmética europeus da época. Esta obra é uma compilação de trabalhos matemáticos em diversos campos¹⁴, nomeadamente aritmética, álgebra, geometria elementar e contabilidade (Boyer, 1985).

No caso português, Gaspar Nicolás e Guiral de Pacheco assumem explicitamente a influência de Paccioli. Como afirma o primeiro:

ha tal regra nam se poderá fazer por esta via mays antes por outra como logo verás segundo Frey Lucas frade de Sam Francisco que foy nesta arte grande mestre que copilou e compos *hũa* obra darismetica e geometria silicet [nomeadamente] decrarou 11 lyvros de geometria e 4 darismetica de euclides e he de muyta authority e chamase ho somario desta obra. Ho frade eu delle tyrey muytas destas questoões que ho meu eugenho nom abastaria ha fazer obra sem primeyro ho nom veer muito bem (Nicolas, 1963, f. 54v).

Nicolás, porém, optou por omitir a chamada “regla da cosa” contida no livro de Frei Burgo, que consistia em métodos pré-algébricos para resolver situações que hoje se resolveriam através de equações. No entanto, está por fazer uma comparação sistemática entre os diversos livros de aritmética portugueses, bem como está por desenvolver uma genealogia dos problemas neles contidos a partir das obras estrangeiras que os podem ter influenciado, em especial, a *Summa* de Pacioli, bem como prosseguir a pista judaica na difusão destas ideias em Portugal.

Existem fortes indicações que o tipo de matemática contido nos livros de aritmética seja muito diferente da que era ensinada na universidade. Enquanto que naqueles o estudante se iniciava nas quatro operações e depois aprofundava diversas técnicas com aplicação ao comércio e a diversas situações do quotidiano, nos estudos maiores o estudante aprendia Geometria lendo os primeiros três ou quatro livros dos *Elementos* de Euclides e estudava a Aritmética do mesmo modo abstracto. Não pode deixar de ser significativo o facto de o livro de Pedro Nunes começar pela resolução de equações, precisamente o ponto onde termina o livro de Gaspar Nicolás. Estas diferenças extravasam, no entanto, o âmbito dos conteúdos para invadirem o dos contextos sociais e culturais. Como vimos a Arismetica era aprendida em escolas da responsabilidade de mestres que, mesmo quando “insignes na arte”, não tinham o prestígio de um lente das Escolas Gerais. Podemos observar estas diferenças comparando a figura 2 que provavelmente representa um mestre ensinando e a figura 3¹⁵ que visualiza literalmente a idealização do lente universitário envergando as vestes adequadas, proprietário da sua cátedra, a partir da qual lê a lição.

¹⁴Existem indicações recentes de que este livro foi, no mínimo, profundamente influenciado pelos trabalhos matemáticos de Piero della Francesca (c. 1412-1492) (Field, 1997).

¹⁵Gravura da obra de Martinho de Figueiredo, *Commentum in Plinii Naturalis Historiae Prologum* reproduzida a partir de Carvalho (1996, p. 190).



Figura 3. Um lente universitário lendo a partir da sua cátedra.

As diferenças entre os dois tipos de matemática não se ficavam por aqui. Recordo que a aprendizagem da aritmética era feita no vernáculo que, como vimos, começava então a fixar as suas regras de escrita, enquanto que na universidade o estudo se processava em latim. Mesmo quando era utilizada uma língua comum, por exemplo o castelhano que Pedro Nunes escolheu para o seu *Libro de Algebra*, o tom passa a ser mais formal. O pronome “tu” é substituído pelo sujeito impessoal e o imperativo “dame” [dá-me] pelas experiências de pensamento (Rotman, 1993) características da escrita matemática contemporânea (“suponhamos um triângulo...”).

Para demonstracion de lo \tilde{q} dicho tenemos, (...) poderemos por tanto imaginar estos numeros y vnidades en las lineas, y en las superficies, y en los cuerpo, por su division en partes (Nunes, 1950, p. 6)

Para Field (1997), esta divisão cultural entre a tradição da aritmética comercial das escolas do ábaco e a tradição das universidades, manifesta duas tradições distintas, a ‘baixa’ e a ‘alta’ matemática.

É difícil avaliar o grau de separação que teria ocorrido em Portugal entre estas duas tradições. Tudo aponta para que o ensino matemático exercido no Estudo Geral de Lisboa na época que estamos a considerar tenha sido muito escasso. A primeira referência à inclusão de estudos matemáticos na universidade que se conhece está numa escritura de compra de uns paços e assentamentos de casas pelo Infante D. Henrique datada de 1431 (Carvalho, 1996). Nessa escritura o Infante apresenta um programa pedagógico abrangente, em linha com programas de outras instituições estrangeiras da época, revelando intenções de aí serem ensinadas Gramática, Lógica, Retórica, Aritmética, Música, Geometria, Astrologia, Medicina, Teologia, Decretais, Filosofia Natural e Moral, e Leis. Sabemos que o Estudo Geral passou a funcionar nestas casas, mas desconhecemos se, na parte referente às matemáticas, o programa pedagógico foi efectivamente levado à prática (Albuquerque, 1973, 2001). Estas reticências são reforçadas quando, embora João Gallo seja mencionado como lente de Matemática em 1437, se sabe que os estatutos manuelinos promulgados por volta de 1500 referem as cadeiras de Teologia, Direito Canónico, Leis, Filosofia Natural, Filosofia Moral, Medicina, Lógica e Gramática (Carvalho, 1996) omitindo qualquer área disciplinar relacionada com a matemática, tendo a disciplina de Astronomia sido criada apenas em 1515. Para podermos falar de uma tradição, necessitaríamos de supor uma continuidade geracional (Restivo, 1998) que não parece poder ser estabelecida.

É possível tentar compreender o modo como a *prática d’aritmética* enquanto tópico científico se inseria nas correntes culturais da época. Trata-se de um tempo de grandes mutações económicas, sociais e culturais. É em simultâneo com a publicação do *Tratado* que adquire expressão a corrente que António Mendes (1997) designa de “humanistas práticos”. Os seus representantes paradigmáticos são a carta de Pero Vaz de Caminha anunciando a descoberta do Brasil (1500) ou o *Esmeraldo de situ orbis* de Duarte Pacheco Pereira. Em ambos os textos se encontram bem caracterizados o deslumbramento pelas novas gentes com costumes muito distintos, o espanto pelos novos mundos que revelavam animais, plantas, espaços tão diferentes que escapavam ao entendimento da mente medieval. Contrariamente às tendências classistas italianas da época, caracterizadas precisamente pelo *re-nascimento* dos valores reencontrados em textos autênticos dos clássicos gregos e romanos (“os antigos foram distorcidos e afinal tinham razão”), a empresa das navegações revelava cada vez mais que afinal “os antigos desconheciam muitas coisas”, pois a realidade de outras paragens paulatinamente destruía uma após outra as crenças clássicas. A corrente de novos factos que entravam em choque com o que tinha sido aceite até então era tão vigorosa que pouco tempo haveria para reflexões teóricas, privilegiando-se antes o relato fiel. Daí a ênfase daqueles dois escritos portugueses na descrição. Poderemos imaginar como esta corrente se encontrava bem representada no ambiente que rodeava as operações comerciais e políticas envolvidas na empresa ultramarina. Gaspar Nicolás deveria ter fortes ligações a este ambiente, quer pela sua familiaridade com a Casa da Índia, quer pela sua participação central no desenvolvimento do regimento do Sol. A sua abordagem instrumental dos temas matemáticos quadra-se bem com o pragmatismo do ambiente da época. No entanto, a escassez de informações sobre o

nosso aritmético não nos permite avançar quaisquer conjecturas que aprofundem essa relação.

Diferente é a postura da chamada geração de quinhentos da qual fazem parte Pedro Nunes, João de Castro ou Garcia de Orta e que António Mendes (1997) denomina de naturalistas dos descobrimentos, possuidores de um “humanismo técnico-naturalista”. O seu trabalho desenvolve-se essencialmente entre os anos 30 e 50 do século XVI, centrado na busca de uma ligação entre a teoria e a prática e no desenvolvimento do método científico envolvendo agora uma crítica fundamentada dos antigos. Os trabalhos matemáticos estão agora claramente inseridos nesta corrente, através da figura de Pedro Nunes, em primeiro lugar, que revela a sua fase produtiva entre 1537 e 1546. A preocupação didáctica de Gaspar Nicolás é agora substituída pela crítica ao que Pedro Nunes classifica de estilo obscuro “& tam sem methodo” (1950, pp. xiii-xiv), propondo antes uma ordenação clara dos conteúdos. A visão instrumental é substituída por uma perspectiva quase dialógica de confronto entre argumentações matemáticas. A opção pelo vernáculo que Nicolás escolheu como modo de conseguir uma ampla difusão junto da população portuguesa dá agora lugar a uma escrita em castelhano como forma de dialogar com o mundo culto europeu. Onde Gaspar Nicolás copia assumidamente trabalhos alheios, Pedro Nunes, embora reconhecendo paternidades, nomeadamente de Pacioli, do qual “todos despues nos auemos aprouechado” (1950, p. 393) preocupa-se com prioridades nos desenvolvimentos científicos e sente necessidade de adaptar o seu livro a evoluções matemáticas verificadas no período de 30 anos que o seu trabalho demorou a ser publicado. É nesta corrente humanista técnico-naturalista que se poderá incluir igualmente Bento Fernandes, autor de um livro de aritmética cuja primeira edição foi publicada em 1555. Trata-se de uma obra bastante mais cuidada que o *Tratado*, que já inclui a resolução de equações do primeiro e segundo grau (“regla da cosa”) e que é dedicada ao Infante D. Luís, irmão de D. João III que teve como professor Pedro Nunes e que foi uma figura tutelar desta geração.

O trabalho científico do século XV e XVI que tenho vindo a analisar é realizado à margem da universidade portuguesa, e não é divulgado para além de um círculo restrito. Exemplar deste afastamento é a Oração de Sapiência de D. Pedro de Meneses proferida na abertura das aulas do Estudo Geral de Lisboa de 1504. Trata-se de um jovem de 17 anos, discípulo brilhante do italiano Cataldo Sículo proferida num latim elegante e certamente inspirada pelo mestre. O conteúdo da Oração, no entanto, não refere outra cultura senão a que se ordena segundo as categorizações clássicas. No caso da matemática, por exemplo, refere “as duas Matemáticas”, “uma é a Aritmética, a outra a Geometria. Ambas são muito necessárias, não só aos letrados, mas também a todos os mercadores e negociantes” (citado em Carvalho, 1996, p. 132). A reafirmação da importância da aritmética para o comércio era uma evidência segundo um ponto de vista italianizado, mas a omissão da sua potencial relevância para a empresa das navegações mostra um afastamento da universidade em relação aos desafios científicos em curso. A importância da matemática para a universidade é igualmente discutida noutra Oração de Sapiência, pronunciada por Jerónimo Cardoso na Universidade de Lisboa em 1536 e o tema das navegações está igualmente ausente. Nesta, a Aritmética é a disciplina que “ensina os cálculos, operações e relações dos números e nela coloca-se, como é evidente a Música” (Almeida, 1994, I, p. 63). Desta vez nem sequer é

feita qualquer referência ao comércio. A excepção é o caso de Pedro Nunes que leccionou na universidade e conseguiu uma ampla divulgação além fronteiras¹⁶. No entanto, ele não representa o típico professor universitário da época. Muito do seu tempo foi passado em Lisboa na corte onde foram produzidos os seus trabalhos mais significativos, todos com uma forte ligação à empresa náutica.

Conclusão

Procurei destacar a relação da construção do conhecimento matemático com a preocupação com a sua reprodução através de actividades escolarizadas. Muita literatura sobre o ensino e a aprendizagem da matemática considera a circulação de conhecimento como tendo apenas um sentido, da ciência matemática para a matemática escolar. Mas, tal como os livros de texto obrigatoriamente produzidos na *École Polytechnique* forçaram uma sistematização da análise do início do século XIX (Moreira e Matos, 1998), ou o desenvolvimento da cultura escriba e das escolas de escribas “impuseram” o desenvolvimento de resoluções “algébricas” na Mesopotâmia de Ur III (Høyrup, 1985), ou ainda, embora em menor grau, o caso do desenvolvimento da álgebra no século XVI em Itália como resultante de uma competição em busca de prestígio entre professores de escolas do ábaco (Collins e Restivo, 1983), a consideração do movimento inverso, isto é, o estudo da influência que a necessidade de escolarização do saberes matemáticos tem sobre próprio conhecimento matemático, mostra ser decisiva para a organização deste conhecimento.

Este trabalho evidencia que a aritmética codificada no *Tratado*, bem como a adopção da numeração árabe, se constituía em ferramenta cultural assumindo matizes distintas para distintos grupos sociais. A função muito antiga de regulação das relações de troca entre vendedores e compradores é, por necessidade de uma crescente internacionalização e globalização dos mercados ao nível europeu, agora expandida de forma a codificar relações sociais bem mais complexas, permitindo superintender trocas comerciais entre mercadores operando com portos, moedas, produtos e taxas de juro distintos, e necessitando de negociar empréstimos ou seguros e de antecipar e partilhar lucros ou prejuízos. Mas não são apenas as actividades ligadas à mercancia que exercitam a aritmética. Ela reifica igualmente a resolução de situações de conservação da posse de bens materiais no âmbito familiar e complexifica testamentos e partilhas. Esta natureza objectiva, que, do ponto de vista dos actores, é imune a contextos e interesses particulares, está bem expressa nas acções de medição levadas a cabo pelo medidor de obras de Lisboa que se legitimam a si próprias e dispensam actos de compromisso com a verdade dos participantes. Nestas acções descobrimos uma outra função da aritmética, desta vez a de objectificadora de relações sociais dispensando a intervenção do divino para a sua autenticação.

Esta função reificadora da matemática que dispensa o recurso ao transcendente divino é reforçada com o êxito conseguido na interpretação e modificação do real. Refiro-me ao sucesso que constituiu o desenvolvimento de técnicas astronómicas na empresa das

¹⁶ Note-se, no entanto, que Pedro Nunes começa por ensinar Filosofia em Lisboa e só passa a ensinar Matemática quando a Universidade se muda para Coimbra.

navegações. O facto de Gaspar Nicolás ter sido simultaneamente o autor do primeiro livro de aritmética (que não contém referências astronómicas) e lhe ser pedido que, enquanto “mestre suficiente nesta arte”, isto é, mestre no cálculo apoiado na numeração árabe, actualizasse tábuas astronómicas explicitamente destinadas ao uso dos mareantes, não deixou de reforçar a estima em que esta arte era tida pelos contemporâneos e a aumentar o seu prestígio. A universidade portuguesa esteve alheia a este movimento, resguardada numa retórica classicista, ela também representante de uma outra globalização do saber, que, no entanto, estava alheada das particularidades que interligavam em Portugal a aritmética a outros saberes.

O sucesso da aritmética ditou a sua constituição como assunto escolar, isto é, como um saber a ser reproduzido em novas gerações como forma de conservar a posição social para os mercadores, como modo de ascensão social ao privilegiado grupo dos altos funcionários públicos, ou meramente como forma de sobreviver numa sociedade que se quantificava gradualmente e que cada vez mais se formatava através da aritmética. Como efeito secundário, a institucionalização escolar do saber aritmético vai conduzir à sua diferenciação dos outros temas escolares (a leitura e a escrita) e correspondente autonomização, materializada no aparecimento de livros de texto específicos, dos quais os portugueses e em especial o *Tratado* é uma das versões mais radicalizadas de corte com o passado no contexto ibérico. É a partir deste fenómeno que vão nascer as sistematizações algébricas de meados do século XVI protagonizadas por Pedro Nunes que nascem de descontextualizações de situações aritméticas, entre outras.

Agradecimento

Desejo agradecer a António Domingos, Darlinda Moreira e Henrique Guimarães que leram versões provisórias deste texto.

Referências

- Albuquerque, L. (1973). *Para a história da ciência em Portugal*. Lisboa: Livros Horizonte.
- Almeida, A. A. M. (1986). Em *A abertura do mundo, estudos de história dos descobrimentos europeus. Vol. I*. Lisboa: Ed. Presença.
- Albuquerque, L. (2001). *Introdução à história dos descobrimentos portugueses* (5ª ed.). Mem Martins: Pub. Europa-América.
- Almeida, A. A. M. (1994). *Aritmética como descrição do real (1519-1679). Contributos para a formação da mentalidade moderna em Portugal*. Lisboa: Imprensa Nacional.
- Almeida, A. A. M. (1997). *Estudos de História da Matemática*. Mem Martins: Editorial Inquérito.
- Boyer, C. B. (1985). *A history of mathematics*. Princeton, Nova Jersey: Princeton University Press.
- Brandão (de Buarcos), J. (1990/1552). *Grandeza e abastança de Lisboa em 1552*. Lisboa: Livros Horizonte.

- Carvalho, J. B. (1958). *Sur l'introduction et la diffusion des chiffres arabes au Portugal*. Lisboa: Livraria Bertrand.
- Carvalho, R. (1996). *História do ensino em Portugal desde a fundação da nacionalidade até ao fim do regime de Salazar-Caetano* (2ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Chevallard, Y. (1985/1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné* (2ª ed.). Paris: La Pensée Sauvage.
- Collins, R. e Restivo, S. (1983). Robber barons and politicians in mathematics: A conflict model of science. *The Canadian Journal of Sociology*, 8, 199-227.
- Curto, D. R. (1997). Língua e memória. Em J. R. Magalhães (Ed.), *História de Portugal. Terceiro volume: No alvorecer da modernidade (1480-1620)* (pp. 321-332). Lisboa: Ed. Estampa.
- Fernandes, R. (1979). *História e filosofia da educação*. Lisboa: Associação dos Estudantes da Faculdade de Ciências de Lisboa.
- Fernandes, V. (1563/1913). *Reportorio dos tempos*. Genebra: Societé Sadag.
- Field, J. V. (1997). Alberti, the Abacus and Piero della Francesca's proof of perspective. *Renaissance Studies*, 11(2), 61-88.
- Góis, D. (2001/1554). *Descrição da cidade de Lisboa*. Lisboa: Livros Horizonte.
- Høyrup, J. (1985). Varieties of mathematical discourse in pre-modern sociocultural contexts: Mesopotamia, Greece, and the Latin Middle Ages. *Science & Society*, 49, 4-41.
- Ifrah, G. (1997). *História universal dos algarismos* [Histoire universel des chiffres]. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.
- Magalhães, J. P. (1994). *Ler e escrever no mundo rural do antigo regime. Um contributo para a história da alfabetização e da escolarização em Portugal*. Braga: Universidade do Minho.
- Matos, J. M. (2002, em impressão). Comunidades de matemática. Em D. Moreira, J. Matos, I. Oliveira e L. Vicente (Eds.), *Matemática e comunidades*. Lisboa: SPCE.
- Mattoso, J. e Sousa, A. (1997). *História de Portugal. Segundo volume: A monarquia feudal (1096-1480)*. Lisboa: Ed. Estampa.
- Mendes, A. R. (1997). A vida cultural. Em J. R. Magalhães (Ed.), *História de Portugal. Terceiro volume: No alvorecer da modernidade (1480-1620)* (pp. 333-371). Lisboa: Ed. Estampa.
- Menninger, K. (1969). *Number words and number symbols. A cultural history of numbers*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

- Moreira, D. e Matos, J. M. (1998). Prospecting Sociology of Mathematics from Mathematics Education. Em P. Gates (Ed.), *Mathematics Education and Society* (pp. 262-267). Nottingham: Nottingham University.
- Nicolas, G. (1519/1963). *Tratado da pratica darismetyca*. Porto: Livraria Civilização.
- Nunes, P. (1567/1950). *Libro de algebra en arithmetica y geometria*. Lisboa: Imprensa Nacional de Lisboa.
- Oliveira, C. R. (1987/1551). *Lisboa em 1551. Sumário em que brevemente se contém algumas coisas eclesiásticas como seculares que há na cidade de Lisboa*. Lisboa: Livros Horizonte.
- Restivo, S. (1998). As raízes sociais da matemática pura. Em Grupo TEM (Ed.), *Sociologia da matemática* (pp. 99-130). Lisboa: APM.
- Rotman, B. (1993). *Taking God out of Mathematics and putting the body back in. An essay in corporeal semiotics*. Stanford, Califórnia: Stanford University Press.
- Senos, N. (2002). *O Paço da Ribeira, 1501-1581*. Lisboa: Editorial Notícias.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Struik, D. J. (1992). *História concisa das matemáticas*. Lisboa: Gradiva.

José Manuel Matos
Universidade Nova Lisboa – Portugal

E-mail: jmm@fct.unl.pt